Matemáticas

2.º de ESO

Potencias: propiedades y operaciones

Base negativa, producto y cociente de la misma base, potencia de una potencia, exponente cero y potencias de fracciones. Con solucionario razonado.

Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Una potencia es una **multiplicación repetida**: en $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, el 3 es la **base** y el 4 el **exponente**.

Base negativa: si el exponente es par, el resultado es positivo; si es impar, negativo. $(-2)^4 = 16$ y $(-2)^3 = -8$. Ojo: $-2^4 = -16$, porque sin paréntesis el signo no está elevado.

Producto de la misma base: se deja la base y se **suman** los exponentes. $a^3 \cdot a^5 = a^8$.

Cociente de la misma base: se deja la base y se **restan** los exponentes. $a^7 : a^2 = a^5$.

Potencia de una potencia: se **multiplican** los exponentes. $(a^3)^4 = a^{12}$.

Exponente cero y uno: $a^0 = 1$ (si a no es cero) y $a^1 = a$.

Potencia de un producto o de un cociente: se eleva cada factor. $(2 \cdot 5)^3 = 2^3 \cdot 5^3$ y $(2/3)^2 = 4/9$.

Trucos

Las propiedades solo valen con la misma base. $2^3 \cdot 5^2$ no se puede juntar en una sola potencia: hay que calcular cada una. Es el error que más se repite en los exámenes.

La suma no tiene propiedad. $2^3 + 2^4$ no es 2^7. Se calculan las dos ($8 + 16 = 24$) y se suman.

Para no confundir sumar y multiplicar exponentes, escribe el desarrollo una vez: $a^2 \cdot a^3 = (a \cdot a) \cdot (a \cdot a \cdot a)$, cinco factores. Después de hacerlo dos o tres veces, la regla se recuerda sola.

Para el adulto. El paréntesis en las bases negativas es la mitad del tema. Si el alumno acierta las propiedades pero falla los signos, conviene dedicar una sesión solo a $(-a)^n$ frente a $-a^n$, con ejemplos de exponente par e impar.

1. Calcula.

a) $2^5 =$ _____ b) $(-3)^2 =$ _____ c) $(-3)^3 =$ _____ d) $-3^2 =$ _____ e) $10^4 =$ _____ f) $(-1)^{2026} =$ _____

2. Escribe como una sola potencia.

a) $5^3 \cdot 5^4 =$ _____ b) $x^2 \cdot x \cdot x^6 =$ _____ c) $7^9 : 7^5 =$ _____ d) $(2^4)^3 =$ _____
e) $(a^2)^5 : a^7 =$ _____ f) $3^5 \cdot 3^2 : 3^6 =$ _____

3. ¿Verdadero o falso? Si es falso, escribe la forma correcta.

a) $2^3 \cdot 2^3 = 4^6$ _____ b) $5^0 = 0$ _____ c) $(-4)^2 = -16$ _____
d) $3^2 + 3^2 = 3^4$ _____ e) $(2 \cdot 3)^2 = 36$ _____

4. **Calcula aplicando las propiedades antes de operar.**
a) $2^7 : 2^4 =$ _____ b) $(10^2)^3 =$ _____ c) $4^3 \cdot 25^3 =$ _____ d) $(3/5)^2 =$ _____

5. **Simplifica y deja el resultado como una potencia.**
a) $(x^3 \cdot x^4) : x^2 =$ _____ b) $(a^2 \cdot a^3)^2 =$ _____ c) $(6^8 : 6^5) \cdot 6^0 =$ _____ d) $(2^5 \cdot 2^3) : (2^2)^3 =$ _____

6. **Busca el error. Ana ha hecho $3^2 \cdot 2^3 = 6^5$. Explica qué ha hecho mal y calcula bien el resultado.**

_____

_____

7. **Problema. Una bacteria se divide en dos cada hora. Si empezamos con una, ¿cuántas habrá a las 10 horas? Escríbelo como potencia y calcula.**

_____

8. **Problema. Un cubo de Rubik grande tiene 5 cubitos por arista. ¿Cuántos cubitos tiene en total, contando los de dentro? ¿Y si tuviera el doble de arista?**

_____

El reto

Sin calculadora: ¿qué es mayor, 2^{10} o 10^3? Explica cómo lo sabes. Después piensa por qué los ordenadores dicen que 1 KB son 1024 bytes y no 1000.

Solucionario

Ejercicio 1: a) **32** b) **9** c) **−27** d) **−9** e) **10 000** f) **1** (exponente par).

Ejercicio 2: a) $\mathbf{5^7}$ b) $\mathbf{x^9}$ c) $\mathbf{7^4}$ d) $\mathbf{2^{12}}$ e) $\mathbf{a^3}$ f) $\mathbf{3^1}$, es decir, **3**.

Ejercicio 3: a) **F**, es $\mathbf{2^6}$ b) **F**, es **1** c) **F**, es **16** d) **F**, es 9 + 9 = **18** e) **V**.

Ejercicio 4: a) $2^3 = \mathbf{8}$ b) $10^6 = \mathbf{1\,000\,000}$ c) $(4 \cdot 25)^3 = 100^3 = \mathbf{1\,000\,000}$ d) **9/25**.

Ejercicio 5: a) $\mathbf{x^5}$ b) $\mathbf{a^{10}}$ c) $6^3 \cdot 1 = \mathbf{6^3}$ d) $2^8 : 2^6 = \mathbf{2^2}$.

Ejercicio 6: ha multiplicado las bases y sumado los exponentes con **bases distintas**, y eso no se puede. Lo correcto es 9 · 8 = **72**.

Ejercicio 7: $2^{10} =$ **1024 bacterias**.

Ejercicio 8: $5^3 =$ **125 cubitos**; con arista 10, $10^3 =$ **1000**: al doblar la arista, el número se multiplica por $2^3 = 8$.

El reto: $2^{10} = 1024$ y $10^3 = 1000$, así que $\mathbf{2^{10}}$ **es mayor**. Los ordenadores trabajan en base 2, y la potencia de 2 más cercana a mil es 1024.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Calcula potencias de base negativa con el signo correcto. C [ ] EP [ ] NC [ ]
2. Aplica producto y cociente de la misma base. C [ ] EP [ ] NC [ ]
3. Aplica la potencia de una potencia. C [ ] EP [ ] NC [ ]
4. Reconoce cuándo no se pueden aplicar las propiedades. C [ ] EP [ ] NC [ ]
5. Usa potencias para resolver problemas. C [ ] EP [ ] NC [ ]

Cómo leer el conjunto

Si el 4 falla, el alumno aplica reglas sin mirar si las bases coinciden: el ejercicio 3 y el 6 son los que mejor lo corrigen.

Un alumno que resuelve el 8 sin ayuda ha entendido de verdad qué significa el exponente, más allá de la regla.