



Matemáticas

4.º de ESO

Vectores y geometría analítica

Vectores en el plano, punto medio y distancia, y las distintas ecuaciones de la recta, con paralelas y puntos alineados. Para Matemáticas B. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

El **vector AB** que va de $A(x_1, y_1)$ a $B(x_2, y_2)$ tiene coordenadas **$(x_2 - x_1, y_2 - y_1)$** : siempre «final menos origen». Su **módulo**, la longitud de la flecha, es **$|v| = \sqrt{a^2 + b^2}$** si $v = (a, b)$.

Operaciones: se suman coordenada a coordenada, $(a, b) + (c, d) = (a + c, b + d)$, y al multiplicar por un número k se multiplican las dos: $k \cdot (a, b) = (ka, kb)$.

Punto medio de A y B: **$M = ((x_1 + x_2)/2, (y_1 + y_2)/2)$** . **Distancia** entre A y B: el módulo del vector AB.

Ecuaciones de la recta que pasa por $P(x_0, y_0)$ con vector director $v = (v_1, v_2)$:

vectorial: $(x, y) = (x_0, y_0) + t \cdot (v_1, v_2)$ · paramétricas: $x = x_0 + t \cdot v_1, y = y_0 + t \cdot v_2$ · continua: $(x - x_0)/v_1 = (y - y_0)/v_2$ · general: $Ax + By + C = 0$ · explícita: $y = mx + n$, con **pendiente $m = v_2/v_1$** .

Dos rectas son **paralelas** si tienen la misma pendiente (vectores directores proporcionales). Tres puntos están **alineados** si los vectores que los unen son proporcionales.

Trucos

Final menos origen, siempre. El vector AB y el BA tienen las mismas cifras con el signo cambiado. Escribir $B - A$ antes de calcular evita el error más habitual del tema.

El módulo nunca es negativo. Es una raíz de una suma de cuadrados. Si te sale negativo, has restado los cuadrados en lugar de sumarlos.

De la general a la explícita, despeja y. En $2x - 3y - 1 = 0$, la pendiente no es 2 ni -3: hay que despejar y para leerla ($m = 2/3$).

Desde la explícita, un vector director es (1, m). Si $y = -2x + 5$, un vector director es (1, -2). Cualquier múltiplo también vale: (-1, 2), (2, -4)...

Para el adulto. Este tema une el álgebra con el dibujo. Conviene exigir un esbozo en papel cuadriculado en cada ejercicio: un vector con el signo cambiado se nota a simple vista en el dibujo antes que en la cuenta.

1. Calcula las coordenadas y el módulo de cada vector.

- a) $A(1, 2)$ y $B(4, 6) \rightarrow AB = (\underline{\quad}, \underline{\quad}) \quad |AB| = \underline{\quad}$
b) $C(-2, 3)$ y $D(1, -1) \rightarrow CD = (\underline{\quad}, \underline{\quad}) \quad |CD| = \underline{\quad}$

2. Con $u = (2, -1)$ y $v = (-3, 4)$, calcula:

- a) $u + v = \underline{\quad}$ b) $2u - v = \underline{\quad}$ c) $|v| = \underline{\quad}$



3. $A(-3, 5)$ y $B(7, 1)$.

a) Punto medio $M = (___, ___)$ b) Distancia de A a B = $______$ (redondea a dos decimales)

4. Recta que pasa por $P(2, 1)$ con vector director $v = (3, 2)$. Escribe sus ecuaciones.

a) Vectorial: $______$ b) Paramétricas: $______$

c) Continua: $______$ d) General: $______$

e) Explícita: $______$ f) Pendiente: $______$

5. Ecuación explícita de la recta que pasa por $A(1, -1)$ y $B(3, 5)$. Comprueba que B la cumple.

$______$

6. ¿Están alineados los puntos $P(0, 1)$, $Q(2, 5)$ y $R(5, 11)$? Justifícalo con vectores.

$______$

7. Escribe la ecuación general de la recta paralela a $2x - y + 3 = 0$ que pasa por el punto $(1, 4)$.

$______$

8. Caza el error. Explica el fallo y corrige.

a) «Con $A(5, 2)$ y $B(1, 3)$, el vector AB es $(4, -1)$.» $______$

b) «El módulo de $(3, -4)$ es $\sqrt{9 - 16}$, que no existe.» $______$

c) «Un vector director de $y = -2x + 5$ es $(1, 2)$.» $______$

El reto

Sobre un plano de tu barrio (vale el del móvil con una cuadrícula imaginaria de 100 m por cuadro), pon el **origen en tu casa** y escribe las coordenadas del colegio, de una tienda y de un parque.

Calcula la **distancia en línea recta** a cada lugar con el módulo, y compárala con lo que tardas en llegar por las calles. ¿Cuánto más largo es el camino real? Esa diferencia es la razón por la que las ciudades con calles en cuadrícula se miden «en manzanas».



Solucionario

Ejercicio 1: a) $AB = (4 - 1, 6 - 2) = \mathbf{(3, 4)}$; $|AB| = \sqrt{9 + 16} = \mathbf{5}$ b) $CD = (1 - (-2), -1 - 3) = \mathbf{(3, -4)}$; $|CD| = \mathbf{5}$.

Ejercicio 2: a) $\mathbf{(-1, 3)}$ b) $2u = (4, -2)$; $2u - v = \mathbf{(7, -6)}$ c) $|v| = \sqrt{9 + 16} = \mathbf{5}$.

Ejercicio 3: a) $M = ((-3 + 7)/2, (5 + 1)/2) = \mathbf{(2, 3)}$ b) $AB = (10, -4)$; $|AB| = \sqrt{116} \approx \mathbf{10,77}$.

Ejercicio 4: a) $\mathbf{(x, y) = (2, 1) + t \cdot (3, 2)}$ b) $\mathbf{x = 2 + 3t, y = 1 + 2t}$ c) $\mathbf{(x - 2)/3 = (y - 1)/2}$ d) $2(x - 2) = 3(y - 1) \rightarrow \mathbf{2x - 3y - 1 = 0}$ e) $\mathbf{y = (2/3)x - 1/3}$ f) $\mathbf{m = 2/3}$.

Ejercicio 5: $AB = (2, 6)$, $m = 6/2 = 3$; $y + 1 = 3(x - 1) \rightarrow \mathbf{y = 3x - 4}$. Comprobación con B: $3 \cdot 3 - 4 = \mathbf{5}$ ✓.

Ejercicio 6: $PQ = (2, 4)$ y $PR = (5, 10)$. Son proporcionales, $2/5 = 4/10$, así que **sí están alineados**.

Ejercicio 7: la recta dada tiene pendiente $\mathbf{m = 2}$; la paralela por $(1, 4)$ es $y - 4 = 2(x - 1) \rightarrow y = 2x + 2 \rightarrow \mathbf{2x - y + 2 = 0}$.

Ejercicio 8: a) se ha restado origen menos final; $AB = B - A = \mathbf{(-4, 1)}$ b) los cuadrados **se suman**: $\sqrt{9 + 16} = \mathbf{5}$ c) la pendiente es -2 , así que un vector director es $\mathbf{(1, -2)}$.

El reto: respuesta abierta.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Calcula vectores con «final menos origen». C [] EP [] NC []
2. Calcula módulos, puntos medios y distancias. C [] EP [] NC []
3. Opera con vectores. C [] EP [] NC []
4. Escribe la recta en sus distintas formas. C [] EP [] NC []
5. Halla la recta que pasa por dos puntos. C [] EP [] NC []
6. Reconoce paralelas y puntos alineados. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El 4 es el corazón del tema: si el alumno pasa con soltura de una forma a otra, el resto sale casi solo. Cuando falla, suele ser al pasar de la continua a la general, al multiplicar en cruz.

El 8a y el 8c miden dos descuidos distintos: el orden de la resta y el signo de la pendiente. Si aparecen los dos, conviene volver al dibujo antes de seguir con más cuentas.