Matemáticas

4.º de ESO

Trigonometría: razones y triángulos rectángulos

Seno, coseno y tangente, y cómo se usan para medir lo que no se puede medir. Vale para Matemáticas A y B. Con solucionario razonado.

Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

En un triángulo **rectángulo**, el lado mayor y opuesto al ángulo recto es la **hipotenusa**; los otros dos son los **catetos**. Respecto a un ángulo agudo, un cateto es **opuesto** y el otro **contiguo**.

Las tres razones se leen siempre igual: **seno = opuesto / hipotenusa**, **coseno = contiguo / hipotenusa**, **tangente = opuesto / contiguo**.

Dependen **solo del ángulo**, no del tamaño del triángulo. Dos triángulos semejantes tienen el mismo seno porque sus lados guardan la misma proporción: esa es la idea que sostiene todo el tema.

Hay que saberse de memoria los valores de **30º, 45º y 60º**. Y la relación fundamental: **$\text{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$**, que no es más que Pitágoras escrito con razones.

Para pasar de razón a ángulo se usan las teclas **sen^{-1}, $\cos^{-1}$ y $\tan^{-1}$** de la calculadora, con el modo en **grados (DEG)**.

Trucos

Elige la razón por lo que tienes y lo que buscas, no por costumbre. Si conoces el opuesto y buscas la hipotenusa, es seno. Si tienes los dos catetos, es tangente. Escribir primero qué lado es cada uno evita la mitad de los errores.

La calculadora en RAD es el fallo que más exámenes ha suspendido. Si sen 30 no te da 0,5, no está mal la fórmula: está mal el modo. Compruébalo antes de empezar, siempre.

El seno y el coseno nunca pasan de 1. Son un cateto dividido entre la hipotenusa, que es más grande. Si te sale 1,4, hay un error seguro: probablemente has puesto los lados al revés.

Ángulo de elevación y de depresión son el mismo ángulo visto desde abajo o desde arriba, porque son alternos internos. En los problemas de alturas esto ahorra dibujar dos veces.

Para el adulto. La trigonometría es el primer tema del curso que se aplica fuera del aula sin forzar nada: alturas, pendientes, rampas accesibles, tejados. Vale la pena hacer el reto de la ficha, porque medir un edificio real convierte tres fórmulas en una herramienta.

1. Completa la tabla de memoria.

30º → sen _____ cos _____ tan _____
45º → sen _____ cos _____ tan _____
60º → sen _____ cos _____ tan _____

2. **Triángulo rectángulo con catetos 3 y 4 e hipotenusa 5. Calcula respecto al ángulo opuesto al cateto de 3.**

a) sen α = _____ b) cos α = _____ c) tan α = _____

d) ¿Cuánto mide α en grados? _____

3. **Calcula el lado que falta. Redondea a dos decimales.**

a) Hipotenusa 10, ángulo 30º → cateto opuesto = _____

b) Cateto contiguo 8, ángulo 45º → cateto opuesto = _____

c) Cateto opuesto 6, ángulo 60º → hipotenusa = _____

4. **Calcula el ángulo. Usa las teclas inversas.**

a) sen α = 0,5 → α = _____ b) cos α = 0,7071 → α = _____

c) tan α = 1 → α = _____ d) tan α = 1,7321 → α = _____

5. **Relación fundamental.**

a) Si sen α = 0,6, ¿cuánto vale cos α? _____

b) Si cos α = 0,8, ¿cuánto vale tan α? _____

6. **Problemas de alturas. Haz un dibujo antes de calcular.**

a) Desde 20 m de la base de una torre, la parte alta se ve con un ángulo de elevación de 35º. ¿Cuánto mide la torre? _____

b) Una escalera de 4 m apoyada en la pared forma 70º con el suelo. ¿A qué altura llega? _____

c) Una rampa sube 0,5 m en 6 m de recorrido horizontal. ¿Qué ángulo forma? _____

7. **Accesibilidad. La normativa pide que una rampa no supere el 10 % de pendiente, es decir, que suba como mucho 10 cm por cada metro horizontal.**

a) ¿Qué ángulo corresponde a una pendiente del 10 %? _____

b) La rampa del apartado 6c, ¿cumple? _____ ¿Por qué? _____

8. **Caza el error. Explica el fallo y corrige.**

a) «sen α = 1,25» Error: _____

b) «Para hallar la altura con el ángulo y la distancia al pie uso el seno» Error: _____ Bien: _____

c) «sen 30 = −0,988» Error: _____ Bien: _____

El reto

Necesitas **una cinta métrica** y el móvil, y un adulto que te acompañe.

1. **Ponte a una distancia conocida de un árbol o de un edificio y mídela con la cinta.**

2. **Con una aplicación de nivel o inclinómetro, mide el ángulo hasta la parte más alta.**

3. **Calcula la altura con la tangente y súmale tu altura de los ojos al suelo.**
   Ese último paso es el que casi todo el mundo olvida, y es el que separa un resultado aproximado de uno bueno: el triángulo empieza en tus ojos, no en tus pies.

Solucionario

Ejercicio 1: 30º → **1/2**, **√3/2**, **√3/3** · 45º → **√2/2**, **√2/2**, **1** · 60º → **√3/2**, **1/2**, **√3**.

Ejercicio 2: a) **3/5 = 0,6** b) **4/5 = 0,8** c) **3/4 = 0,75** d) **36,87º**.

Ejercicio 3: a) 10·sen 30 = **5** b) 8·tan 45 = **8** c) 6 : sen 60 = **6,93** d) —.

Ejercicio 4: a) **30º** b) **45º** c) **45º** d) **60º**.

Ejercicio 5: a) cos α = √(1 − 0,36) = **0,8** b) sen α = 0,6 → tan α = 0,6/0,8 = **0,75**.

Ejercicio 6: a) 20·tan 35 = **14,00 m** b) 4·sen 70 = **3,76 m** c) tan α = 0,5/6 = 0,0833 → **4,76º**.

Ejercicio 7: a) tan α = 0,10 → **5,71º** b) **sí cumple**: 0,5/6 es un 8,3 %, por debajo del 10 % permitido, y su ángulo, 4,76º, es menor que 5,71º.

Ejercicio 8: a) el seno **no puede pasar de 1**; probablemente se han cambiado cateto e hipotenusa b) con el ángulo y el cateto contiguo se usa la **tangente**; el seno necesitaría la hipotenusa c) la calculadora está en **radianes**; en grados, sen 30 = **0,5**.

El reto: respuesta abierta.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Recuerda las razones de 30º, 45º y 60º. C [ ] EP [ ] NC [ ]
2. Identifica opuesto, contiguo e hipotenusa. C [ ] EP [ ] NC [ ]
3. Elige la razón adecuada según los datos. C [ ] EP [ ] NC [ ]
4. Halla el ángulo con las teclas inversas. C [ ] EP [ ] NC [ ]
5. Aplica la relación fundamental. C [ ] EP [ ] NC [ ]
6. Resuelve un problema real de alturas. C [ ] EP [ ] NC [ ]

Cómo leer el conjunto

El 8b es el que decide si ha entendido el tema: elegir la razón es el 90 % del trabajo, y calcularla, el 10 % restante.

El 7 conecta el tema con algo que existe fuera del aula. Una pendiente en tanto por ciento es una tangente, aunque nadie lo diga en la señal de tráfico.

Si el 3 sale y el 6 no, el problema no es trigonométrico sino de dibujo: sin el esquema, no se sabe qué lado es el opuesto. Conviene exigir el dibujo siempre, aunque salga torcido.