Matemáticas

3.º de ESO

Sistemas de ecuaciones lineales

Sustitución, igualación y reducción, cuándo usar cada uno y cómo plantear un problema con dos incógnitas. Con solucionario razonado.

Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Un **sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas** pide los valores de x e y que cumplen **las dos ecuaciones a la vez**. La solución es una pareja de números, no uno solo.

Hay tres métodos y los tres llegan al mismo resultado:

Sustitución. Se despeja una incógnita en una ecuación y se sustituye en la otra. Conviene cuando alguna incógnita ya aparece sola o con coeficiente 1.

Igualación. Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones y se igualan las expresiones. Conviene cuando las dos ecuaciones vienen ya despejadas.

Reducción. Se multiplican las ecuaciones por los números necesarios para que una incógnita tenga coeficientes opuestos y se suman. Conviene cuando no hay ninguna incógnita sola.

Según sus soluciones, un sistema puede ser **compatible determinado** (una solución), **compatible indeterminado** (infinitas) o **incompatible** (ninguna).

Trucos

Comprobar es obligatorio y cuesta diez segundos. Se sustituye la pareja en las dos ecuaciones originales, no en las transformadas. Si una falla, hay un error, aunque la otra salga bien.

Con fracciones, lo primero es quitarlas. Se multiplica cada ecuación por el mínimo común múltiplo de sus denominadores. Un sistema con fracciones resuelto con fracciones es la forma más segura de equivocarse.

En reducción, el signo de la resta es la trampa. Si vas a restar, pon la segunda ecuación entre paréntesis antes de hacerlo. Si vas a sumar, busca antes coeficientes opuestos: sumar es más seguro que restar.

Clasificar sin resolver. Si al reducir desaparecen las dos incógnitas y queda 0 = 0, hay infinitas soluciones; si queda algo como 0 = 4, no hay ninguna.

Para el adulto. El punto débil casi nunca es el método, sino el **planteamiento**: pasar del enunciado a las dos ecuaciones. Si el alumno resuelve bien el 2-6 y se bloquea en el 8, la dificultad es de lectura, no de cálculo.

1. ¿Es la pareja indicada solución del sistema? Comprueba en las dos ecuaciones.

a) $x + y = 7$; $x - y = 1$ → (4, 3) Sí ☐ No ☐

b) $2x + y = 10$; $x - 3y = -2$ → (4, 2) Sí ☐ No ☐

c) $x + 2y = 5$; $3x - y = 9$ → (3, 1) Sí ☐ No ☐

2. **Resuelve por sustitución.**

a) $x + y = 10$; $x - y = 4$ x = ____ y = ____

b) $y = 2x - 1$; $3x + y = 14$ x = ____ y = ____

3. **Resuelve por igualación.**

a) $y = 3x - 2$; $y = x + 4$ x = ____ y = ____

b) $x = 2y + 1$; $x = 5 - 2y$ x = ____ y = ____

4. **Resuelve por reducción.**

a) $2x + 3y = 12$; $2x - y = 4$ x = ____ y = ____

b) $3x + 2y = 16$; $5x - 2y = 0$ x = ____ y = ____

5. **Clasifica cada sistema sin resolverlo y explica cómo lo sabes.**

a) $x + y = 3$; $2x + 2y = 6$ _____

b) $x + y = 3$; $x + y = 5$ _____

c) $x + y = 3$; $x - y = 1$ _____

6. **Con fracciones. Quita denominadores y resuelve.**

$x/2 + y/3 = 4$; $x - y = 3$ x = ____ y = ____

7. **Caza el error. Explica el fallo y corrige.**

a) «$2x + y = 8$ y $x - y = 1$. Sumo: $3x = 9$, $x = 3$. En la segunda, $3 - y = 1$, así que $y = -2$.» Error: _____ Bien: _____

b) «$x + 2y = 5$ y $x - 2y = 1$. Resto las dos: $0 = 4$, así que el sistema es incompatible.» Error: _____ Bien: _____

8. **Problema. En una granja hay gallinas y conejos. Entre todos suman 35 cabezas y 94 patas. ¿Cuántos animales hay de cada tipo?**

Planteamiento: _____

Gallinas: _____ Conejos: _____

9. **Problema. Un cine vende entradas de adulto a 9 € y de niño a 6 €. En una sesión vendió 50 entradas y recaudó 381 €. ¿Cuántas de cada tipo?**

Planteamiento: _____

Adulto: _____ Niño: _____

El reto

Dibuja en unos mismos ejes las rectas **y = x + 1** e **y = −x + 5**.

1. **Marca el punto donde se cortan y anota sus coordenadas.**

2. **Resuelve el sistema por el método que prefieras.**

3. **Compara: ¿qué tiene que ver el punto de corte con la solución?**
   Después dibuja **y = x + 1** e **y = x + 3**. ¿Se cortan? ¿Qué tipo de sistema forman? Un sistema incompatible no es un error: son dos rectas paralelas.

Solucionario

Ejercicio 1: a) **sí**: 4 + 3 = 7 y 4 − 3 = 1 b) **sí**: 8 + 2 = 10 y 4 − 6 = −2 c) **no**: la primera se cumple (3 + 2 = 5), pero la segunda da 9 − 1 = 8, no 9.

Ejercicio 2: a) x = 10 − y → 10 − y − y = 4 → **x = 7, y = 3** b) 3x + 2x − 1 = 14 → 5x = 15 → **x = 3, y = 5**.

Ejercicio 3: a) 3x − 2 = x + 4 → **x = 3, y = 7** b) 2y + 1 = 5 − 2y → 4y = 4 → **y = 1, x = 3**.

Ejercicio 4: a) restando: 4y = 8 → **y = 2, x = 3** b) sumando: 8x = 16 → **x = 2, y = 5**.

Ejercicio 5: a) **compatible indeterminado**: la segunda es la primera multiplicada por 2; es la misma recta b) **incompatible**: x + y no puede valer 3 y 5 a la vez c) **compatible determinado**: al sumar sale 2x = 4, una sola solución (2, 1).

Ejercicio 6: multiplicando la primera por 6: 3x + 2y = 24. Con x = y + 3: 3y + 9 + 2y = 24 → 5y = 15 → **y = 3, x = 6**. Comprobación: 6/2 + 3/3 = 3 + 1 = 4.

Ejercicio 7: a) error al despejar: de 3 − y = 1 sale **y = 2**, no −2. Comprobación: 2·3 + 2 = 8 b) error al restar: x − x = 0, pero 2y − (−2y) = **4y**, y 5 − 1 = 4. Queda **4y = 4 → y = 1, x = 3**. El sistema es compatible determinado.

Ejercicio 8: x + y = 35 ; 2x + 4y = 94. Dividiendo la segunda entre 2: x + 2y = 47. Restando: y = 12. **23 gallinas y 12 conejos**. Comprobación: 46 + 48 = 94 patas.

Ejercicio 9: x + y = 50 ; 9x + 6y = 381. Sustituyendo y = 50 − x: 9x + 300 − 6x = 381 → 3x = 81 → **27 de adulto y 23 de niño**. Comprobación: 243 + 138 = 381 €.

El reto: se cortan en **(2, 3)**, que es la solución del sistema. Las rectas y = x + 1 e y = x + 3 son **paralelas**: no se cortan y el sistema es **incompatible**.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Comprueba si una pareja es solución. C [ ] EP [ ] NC [ ]
2. Resuelve por sustitución e igualación. C [ ] EP [ ] NC [ ]
3. Resuelve por reducción sin errores de signo. C [ ] EP [ ] NC [ ]
4. Clasifica un sistema sin resolverlo. C [ ] EP [ ] NC [ ]
5. Quita denominadores antes de resolver. C [ ] EP [ ] NC [ ]
6. Plantea y resuelve un problema con dos incógnitas. C [ ] EP [ ] NC [ ]

Cómo leer el conjunto

El 1c es el ejercicio que más enseña con menos esfuerzo: una pareja puede cumplir una ecuación y no la otra, y entonces no es solución. Quien lo entiende deja de comprobar solo en una.

El 7b es el error de signo típico de la reducción, y se repite todo el curso. Si aparece, conviene volver al truco de poner la segunda ecuación entre paréntesis antes de restar.

El 8 y el 9 miden el planteamiento. Un alumno que resuelve bien el 4 y no sabe arrancar el 8 no necesita más sistemas, necesita practicar la traducción del enunciado a ecuaciones.