



Matemáticas

4.º de ESO

Radicales y notación científica

Operar con raíces, racionalizar y manejar potencias de diez sin calculadora. Vale para Matemáticas A y B. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Un **radical** es otra forma de escribir una potencia de exponente fraccionario: la raíz n -ésima de a elevado a m es $a^{(m/n)}$. Pasar de una notación a la otra es lo que permite operar.

Sumar y restar radicales solo se puede si son **semejantes**, es decir, si tienen el mismo índice y el mismo radicando: $3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 8\sqrt{2}$, pero $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ no se puede juntar. Muchas veces hay que **extraer factores** antes para descubrir que sí lo eran: $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Multiplicar y dividir exige el mismo índice; si no lo tienen, se reducen a índice común.

Racionalizar es quitar la raíz del denominador. Con un solo radical se multiplica arriba y abajo por esa raíz; con un binomio, por su **conjugado** —cambiando el signo del medio—.

La **notación científica** escribe cualquier número como $a \cdot 10^n$, con $1 \leq a < 10$. Al multiplicar se suman los exponentes; al dividir, se restan.

Trucos

Extraer factores es descomponer y sacar de tres en tres o de dos en dos. Para $\sqrt{72}$: $72 = 2^3 \cdot 3^2$, sale un 2 y un 3 fuera y queda un 2 dentro $\rightarrow 6\sqrt{2}$. Sin descomponer en primos, esto se convierte en adivinar.

El error más caro de toda la unidad: escribir $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$. No es cierto, y se desmonta con números en cinco segundos: $\sqrt{9+16}$ es 5, y $\sqrt{9} + \sqrt{16}$ es 7.

La comprobación numérica sirve para todo. Si racionalizas y no sabes si está bien, calcula las dos expresiones con la calculadora: tienen que dar lo mismo hasta el último decimal.

En notación científica, el exponente cuenta desplazamientos de la coma. $0,00034 \rightarrow 3,4 \cdot 10^{-4}$. Negativo cuando el número es pequeño; positivo cuando es grande.

Para el adulto. Es el primer tema del curso en las dos vías, A y B, y el que decide la nota de septiembre: casi todo lo demás —ecuaciones, funciones, trigonometría— arrastra raíces. Un fallo de extracción aquí reaparece en abril.

1. Pasa a potencia de exponente fraccionario.

- a) raíz cuadrada de $x^5 = \underline{\hspace{2cm}}$ b) raíz cúbica de $x^2 = \underline{\hspace{2cm}}$
c) raíz cuarta de $x^3 = \underline{\hspace{2cm}}$ d) raíz quinta de $x = \underline{\hspace{2cm}}$

2. Extrae todos los factores posibles.

- a) $\sqrt{50} = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $\sqrt{72} = \underline{\hspace{2cm}}$ c) $\sqrt{180} = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $\sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$



3. Suma y resta. Extrae primero si hace falta.

- a) $3\sqrt{5} + 7\sqrt{5} =$ _____
- b) $\sqrt{12} + \sqrt{27} =$ _____
- c) $\sqrt{50} - \sqrt{8} =$ _____
- d) $2\sqrt{3} + \sqrt{12} - \sqrt{75} =$ _____

4. Multiplica y divide.

- a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$ _____ b) $\sqrt{18} : \sqrt{2} =$ _____
- c) $(2\sqrt{5})^2 =$ _____ d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{4} =$ _____

5. Notación científica. Escribe cada número en la forma $a \cdot 10^n$.

- a) 45 000 000 = _____ b) 0,00021 = _____
- c) 7 800 = _____ d) 0,000000904 = _____

6. Racionaliza.

- a) $6 / \sqrt{3} =$ _____ b) $5 / (2\sqrt{2}) =$ _____
- c) $1 / (\sqrt{5} - 2) =$ _____ d) $4 / (\sqrt{7} + \sqrt{3}) =$ _____

7. Opera en notación científica y deja el resultado bien escrito.

- a) $(3 \cdot 10^5) \cdot (2 \cdot 10^4) =$ _____
- b) $(8 \cdot 10^7) : (4 \cdot 10^3) =$ _____
- c) $(5 \cdot 10^{-3}) \cdot (6 \cdot 10^8) =$ _____

8. Caza el error. Explica el fallo y corrige.

- a) « $\sqrt{(9 + 16)} = 3 + 4 = 7$ » Error: _____ Bien: _____
- b) « $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ » Error: _____
- c) « $45 \cdot 10^5$ está en notación científica» Error: _____ Bien: _____

9. Problema. La distancia media de la Tierra al Sol es de unos $1,5 \cdot 10^8$ km y la luz recorre $3 \cdot 10^5$ km cada segundo.

- a) ¿Cuántos segundos tarda la luz en llegar? _____
- b) ¿Cuántos minutos son? _____

El reto

Busca **tres cantidades reales** muy grandes o muy pequeñas: la población de un país, el tamaño de un virus, la memoria de tu móvil en bytes.

1. Escríbelas todas en notación científica.

2. Ordénalas de menor a mayor mirando solo el exponente.

3. Comprueba con la calculadora si el orden es correcto.

Cuando los exponentes son distintos, el exponente decide y las cifras no importan. Ese es exactamente el motivo por el que se inventó esta notación.



Solucionario

Ejercicio 1: a) $x^{(5/2)}$ b) $x^{(2/3)}$ c) $x^{(3/4)}$ d) $x^{(1/5)}$.

Ejercicio 2: a) $5\sqrt{2}$ b) $6\sqrt{2}$ c) $6\sqrt{5}$ d) $2\sqrt{2}$.

Ejercicio 3: a) $10\sqrt{5}$ b) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ y $\sqrt{27} = 3\sqrt{3} \rightarrow 5\sqrt{3}$ c) $5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}$.

Ejercicio 4: a) $\sqrt{36} = 6$ b) $\sqrt{9} = 3$ c) $4 \cdot 5 = 20$ d) $\sqrt{64} = 8$.

Ejercicio 5: a) $4,5 \cdot 10^7$ b) $2,1 \cdot 10^{-4}$ c) $7,8 \cdot 10^3$ d) $9,04 \cdot 10^{-7}$.

Ejercicio 6: a) $6\sqrt{3}/3 = 2\sqrt{3}$ b) $5\sqrt{2}/4$ c) multiplicando por el conjugado $\sqrt{5} + 2$: denominador $5 - 4 = 1 \rightarrow \sqrt{5} + 2$ d) denominador $7 - 3 = 4 \rightarrow (4(\sqrt{7} - \sqrt{3}))/4 = \sqrt{7} - \sqrt{3}$.

Ejercicio 7: a) $6 \cdot 10^9$ b) $2 \cdot 10^4$ c) $30 \cdot 10^5 \rightarrow 3 \cdot 10^6$.

Ejercicio 8: a) la raíz **no se reparte en una suma**: $\sqrt{25} = 5$ b) mismo error; $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3,15$ y $\sqrt{5} \approx 2,24$ c) el primer factor tiene que estar entre 1 y 10: $4,5 \cdot 10^6$.

Ejercicio 9: a) $1,5 \cdot 10^8 : 3 \cdot 10^5 = 500$ s b) **8 minutos y 20 segundos**.

El reto: respuesta abierta.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Pasa de radical a exponente fraccionario. C [] EP [] NC []
2. Extrae factores descomponiendo en primos. C [] EP [] NC []
3. Suma radicales solo cuando son semejantes. C [] EP [] NC []
4. Racionaliza, también con conjugado. C [] EP [] NC []
5. Escribe y opera en notación científica. C [] EP [] NC []
6. Resuelve un problema con potencias de diez. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El 8a y el 8b son el mismo error con dos disfraces, y es el error que más arrastra: la raíz no se reparte sobre una suma. Si falla ahí, no hay que seguir con racionalización.

El 3d es el ejercicio diagnóstico. Si sale, la extracción está automatizada; si sale mal pero el 3a bien, el problema es la descomposición en primos, que viene de 1.º.

El 9 es el único que se parece a lo que se pregunta en una prueba de acceso: notación científica dentro de un problema, no como ejercicio suelto.