Matemáticas

4.º de ESO

Inecuaciones

De primer y segundo grado, sistemas e intervalos, con el cambio de sentido que más suspensos provoca. Vale para Matemáticas A y B. Con solucionario razonado.

Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Una **inecuación** es una desigualdad con incógnitas: en lugar de un signo igual lleva <, >, ≤ o ≥. Su solución no es un número, sino **un conjunto de números**, que se escribe como **intervalo**.

Se resuelve como una ecuación, con **una regla nueva**: si se multiplica o se divide por un número **negativo**, el signo de desigualdad **cambia de sentido**.

Los intervalos usan **corchete** cuando el extremo está incluido (≤, ≥) y **paréntesis** cuando no lo está (<, >). En el infinito siempre va paréntesis.

Para una inecuación de **segundo grado**, se calculan las raíces de la ecuación asociada y se estudia el signo en cada tramo de la recta. La parábola ayuda: si abre hacia arriba, es negativa entre las raíces y positiva fuera.

Un **sistema de inecuaciones** se resuelve por separado y se queda con la parte **común** a todas.

Trucos

El cambio de sentido se puede evitar. En $-2x > -6$, en lugar de dividir entre -2, pasa el $2x$ al otro lado: $6 > 2x$, es decir, $x < 3$. Mismo resultado, sin la regla que se olvida.

Comprueba con un número del intervalo y otro de fuera. Si la solución es $x < 3$, prueba $x = 0$ —tiene que cumplirse— y $x = 5$ —no tiene que cumplirse—. Diez segundos que evitan un suspenso.

En segundo grado, dibuja la parábola a mano alzada. Raíces en el eje, ramas hacia arriba o abajo según el signo de x^2, y se lee la solución sin tabla de signos.

$x^2 > 4$ no es $x > 2$. También valen los negativos: -3 al cuadrado es 9, que es mayor que 4. Olvidar la mitad de la solución es el error clásico.

Para el adulto. Es la unidad donde se nota si el álgebra de 3.º está firme. Si el alumno falla el 2c y el 6a, el problema no son las inecuaciones: es que no controla qué pasa con los signos al multiplicar.

1. ¿Es solución de $2x - 3 > 5$? Comprueba cada valor.

a) $x = 5$ → Sí ☐ No ☐ b) $x = 4$ → Sí ☐ No ☐ c) $x = 0$ → Sí ☐ No ☐

2. **Resuelve y da la solución como intervalo.**

a) $3x - 4 < 11$ _____

b) $2(x + 1) \geq x - 3$ _____

c) $-2x + 6 > 0$ _____

d) $(x - 1)/2 \leq (x + 3)/4$ _____

3. **Escribe como intervalo y representa en la recta.**

a) $x \geq 2$ _____ b) $-1 < x \leq 4$ _____ c) $x < 0$ _____

4. **Inecuaciones de segundo grado.**

a) $x^2 - 9 < 0$ _____

b) $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ _____

c) $x^2 + 1 > 0$ _____

d) $x^2 - 4x + 4 \leq 0$ _____

5. **Sistema de inecuaciones. Resuelve cada una y quédate con la parte común.**

$x + 2 > 0$; $3 - x \geq 1$ Solución: _____

6. **Caza el error. Explica el fallo y corrige.**

a) «$-3x < 12$, así que $x < -4$.» Error: _____ Bien: _____

b) «$x^2 > 4$, así que $x > 2$.» Error: _____ Bien: _____

7. **Problema. Una empresa de alquiler de coches cobra 30 € fijos más 0,20 € por kilómetro. Otra cobra 50 € sin límite de kilómetros. ¿A partir de cuántos kilómetros sale más barata la segunda?**

Planteamiento: _____ Solución: _____

8. **Problema. En dos exámenes has sacado un 4,5 y un 6. ¿Qué nota mínima necesitas en el tercero para que la media sea al menos 5?**

Planteamiento: _____ Nota mínima: _____

9. **Problema. Los lados de un rectángulo miden x y x + 2 centímetros. ¿Qué valores puede tomar x para que el área sea menor que 24 cm²?**

Planteamiento: _____ Solución: _____

El reto

Dibuja la parábola **$y = x^2 - 5x + 6$** dando valores de x entre 0 y 5.

1. **Marca los puntos donde corta al eje horizontal.**

2. **Colorea de un color el tramo donde la parábola está por encima del eje y de otro donde está por debajo.**

3. **Compara con tu respuesta al ejercicio 4b.**
   Una inecuación de segundo grado es solo esa pregunta: ¿dónde está la parábola por encima del eje? Visto así, deja de ser una regla que memorizar.

Solucionario

Ejercicio 1: a) **sí**: $7 > 5$ b) **no**: $5 > 5$ es falso; con $>$ el extremo no entra c) **no**: $-3 > 5$ es falso.

Ejercicio 2: a) $3x < 15 \rightarrow \mathbf{x < 5}$, $(-\infty, 5)$ b) $2x + 2 \geq x - 3 \rightarrow \mathbf{x \geq -5}$, $[-5, +\infty)$ c) $-2x > -6 \rightarrow$ al dividir entre -2 cambia el sentido: $\mathbf{x < 3}$, $(-\infty, 3)$ d) multiplicando por 4: $2(x - 1) \leq x + 3 \rightarrow 2x - 2 \leq x + 3 \rightarrow \mathbf{x \leq 5}$, $(-\infty, 5]$.

Ejercicio 3: a) $\mathbf{[2, +\infty)}$ b) $\mathbf{(-1, 4]}$ c) $\mathbf{(-\infty, 0)}$.

Ejercicio 4: a) raíces -3 y 3; negativa entre ellas: $\mathbf{(-3, 3)}$ b) raíces 2 y 3; positiva fuera: $\mathbf{(-\infty, 2] \cup [3, +\infty)}$ c) $x^2 + 1$ siempre es positivo: **todos los números reales** d) es $(x - 2)^2$, que nunca es negativo; solo vale 0 en $x = 2$: la solución es $\mathbf{x = 2}$.

Ejercicio 5: $x > -2$ y $x \leq 2 \rightarrow \mathbf{(-2, 2]}$.

Ejercicio 6: a) al dividir entre -3 hay que **cambiar el sentido**: $\mathbf{x > -4}$ b) falta la mitad: también cumplen los menores que -2. Solución: $\mathbf{(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)}$.

Ejercicio 7: la segunda es más barata cuando $30 + 0{,}20x > 50 \rightarrow 0{,}20x > 20 \rightarrow \mathbf{x > 100}$ **km**.

Ejercicio 8: $(4{,}5 + 6 + x)/3 \geq 5 \rightarrow 10{,}5 + x \geq 15 \rightarrow \mathbf{x \geq 4{,}5}$.

Ejercicio 9: $x(x + 2) < 24 \rightarrow x^2 + 2x - 24 < 0$. Raíces -6 y 4: se cumple entre ellas. Como un lado no puede ser negativo ni cero: $\mathbf{0 < x < 4}$.

El reto: la parábola corta al eje en $\mathbf{x = 2}$ **y** $\mathbf{x = 3}$; está por debajo entre ellos y por encima fuera, que es exactamente la solución del 4b.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Comprueba si un valor es solución. C [ ] EP [ ] NC [ ]
2. Resuelve inecuaciones de primer grado. C [ ] EP [ ] NC [ ]
3. Cambia el sentido al dividir por negativos. C [ ] EP [ ] NC [ ]
4. Expresa soluciones con intervalos. C [ ] EP [ ] NC [ ]
5. Resuelve inecuaciones de segundo grado. C [ ] EP [ ] NC [ ]
6. Plantea y resuelve un problema con inecuaciones. C [ ] EP [ ] NC [ ]

Cómo leer el conjunto

El 2c y el 6a miden lo mismo: el cambio de sentido. Si fallan los dos, merece la pena enseñar el truco de pasar el término al otro lado, que evita la regla en lugar de exigir recordarla.

El 4c y el 4d son los dos casos que no se resuelven con la receta de «entre las raíces o fuera». Quien los resuelve dibujando ya ha entendido la unidad; quien se bloquea está aplicando un procedimiento sin saber qué representa.

El 9 obliga a descartar parte de la solución matemática porque no tiene sentido en el problema. Es una destreza que se pregunta mucho y se enseña poco.