



Matemáticas

1.º de ESO

Divisibilidad: múltiplos, divisores, m.c.d. y m.c.m.

Criterios de divisibilidad, números primos y los dos problemas que siempre caen. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Un número es **divisible** por otro cuando la división es exacta, sin resto. Y eso se dice de dos maneras que significan lo mismo: 12 es **múltiplo** de 4, y 4 es **divisor** de 12.

Los **criterios de divisibilidad** ahorran hacer la división. Por **2**, si acaba en cifra par. Por **3**, si la suma de sus cifras es múltiplo de tres. Por **5**, si acaba en 0 o en 5. Por **9**, si la suma de las cifras es múltiplo de nueve. Por **10**, si acaba en cero.

Un número es **primo** cuando solo se puede dividir por 1 y por sí mismo. El 1 no es primo y el 2 es el único primo par.

Descomponer en factores primos es escribir el número como producto de primos:

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$. De ahí salen el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo casi sin pensar.

Trucos

El m.c.d. son los comunes con el exponente menor; el m.c.m., los comunes y los no comunes con el mayor. Escrito así suena a fórmula; lo que hay que retener es que el divisor común tiene que caber en los dos, y el múltiplo común tiene que contenerlos a los dos.

La pista para saber cuál toca en un problema está en el enunciado. Si algo **se reparte, se corta o se agrupa en trozos iguales**, es m.c.d. Si algo **se repite y hay que ver cuándo coincide**, es m.c.m.

Dos ejemplos que valen para todo el tema: repartir 24 lápices y 36 gomas en lotes iguales es m.c.d.; dos autobuses que salen cada 12 y cada 18 minutos y hay que ver cuándo vuelven a coincidir es m.c.m.

Y una comprobación rápida: **el m.c.d. nunca es mayor que el menor de los números, y el m.c.m. nunca es menor que el mayor**. Si sale al revés, hay un error.

Para el adulto. Este tema parece de memoria y no lo es: casi todo el error está en **elegir qué hace falta**, no en calcularlo. Por eso la ficha dedica un ejercicio entero a decidir m.c.d. o m.c.m. sin resolver nada.

1. Criterios de divisibilidad. Marca por cuáles es divisible cada número.

- a) 120: 2 ☐ 3 ☐ 5 ☐ 9 ☐ 10 ☐
- b) 342: 2 ☐ 3 ☐ 5 ☐ 9 ☐ 10 ☐
- c) 275: 2 ☐ 3 ☐ 5 ☐ 9 ☐ 10 ☐
- d) 918: 2 ☐ 3 ☐ 5 ☐ 9 ☐ 10 ☐



2. Múltiplos y divisores.

- a) Escribe los seis primeros múltiplos de 7: _____
- b) Escribe todos los divisores de 24: _____
- c) Escribe todos los divisores de 36: _____

3. Primos o compuestos. Marca y, si es compuesto, escribe un divisor.

- a) 23: primo ☐ compuesto ☐ divisor: _____
- b) 51: primo ☐ compuesto ☐ divisor: _____
- c) 97: primo ☐ compuesto ☐ divisor: _____
- d) 91: primo ☐ compuesto ☐ divisor: _____

4. Descompón en factores primos.

- a) $60 =$ _____ b) $84 =$ _____
- c) $150 =$ _____ d) $200 =$ _____

5. Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de cada pareja.

- a) 12 y 18: m.c.d. _____ m.c.m. _____
- b) 20 y 30: m.c.d. _____ m.c.m. _____
- c) 24 y 36: m.c.d. _____ m.c.m. _____
- d) 8 y 15: m.c.d. _____ m.c.m. _____

6. ¿Cuál hace falta? Marca sin resolver.

- a) Repartir 30 caramelos y 45 chicles en bolsas iguales. m.c.d. ☐ m.c.m. ☐
- b) Dos luces que parpadean cada 6 y cada 8 segundos. m.c.d. ☐ m.c.m. ☐
- c) Cortar dos cuerdas de 36 y 48 cm en trozos iguales lo más largos posible. m.c.d. ☐ m.c.m. ☐
- d) Dos trenes que pasan cada 15 y cada 25 minutos. m.c.d. ☐ m.c.m. ☐

7. Ahora resuélvelos.

- a) _____ b) _____ c) _____ d) _____

8. Problema con dos pasos. Un pastelero tiene 48 bombones y 60 caramelos.

- a) Quiere hacer cajas iguales sin que sobre nada. ¿Cuántas cajas como máximo? _____
- b) ¿Cuántos bombones y cuántos caramelos van en cada caja? _____

El reto

Mira el número de tu portal, el de tu clase y el día de tu cumpleaños.

1. Descompón los tres en factores primos.

2. Calcula el m.c.d. y el m.c.m. de los dos primeros.

3. Comprueba si alguno de los tres es primo.

Los números primos son más raros de lo que parece: entre el 1 y el 100 solo hay veinticinco.



Solucionario

Ejercicio 1: a) 120 por **2, 3, 5 y 10** —no por 9, porque $1+2+0 = 3$ — b) 342 por **2, 3 y 9** — $3+4+2 = 9$ — c) 275 por **5** d) 918 por **2, 3 y 9** — $9+1+8 = 18$ —.

Ejercicio 2: a) **7, 14, 21, 28, 35, 42** b) **1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24** c) **1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36**.

Ejercicio 3: a) **primo** b) **compuesto**, 3×17 c) **primo** d) **compuesto**, 7×13 . El 91 engaña bastante: no lo detecta ningún criterio sencillo.

Ejercicio 4: a) $2^2 \times 3 \times 5$ b) $2^2 \times 3 \times 7$ c) $2 \times 3 \times 5^2$ d) $2^3 \times 5^2$.

Ejercicio 5: a) **6 y 36** b) **10 y 60** c) **12 y 72** d) **1 y 120**. En d), como no tienen factores comunes, el m.c.d. es 1 y el m.c.m. es el producto.

Ejercicio 6: a) **m.c.d.** b) **m.c.m.** c) **m.c.d.** d) **m.c.m.**.

Ejercicio 7: a) **15 bolsas**, con 2 caramelos y 3 chicles cada una b) coinciden cada **24 segundos** c) trozos de **12 cm** d) coinciden cada **75 minutos**.

Ejercicio 8: a) m.c.d.(48, 60) = **12 cajas** b) **4 bombones y 5 caramelos** por caja.

El reto: respuesta abierta. Si los dos números elegidos no comparten factores, el m.c.d. será 1: no es un error, significa que son primos entre sí.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Aplica los criterios de divisibilidad. C [] EP [] NC []
2. Distingue múltiplo de divisor. C [] EP [] NC []
3. Reconoce números primos. C [] EP [] NC []
4. Descompone en factores primos. C [] EP [] NC []
5. Calcula m.c.d. y m.c.m. C [] EP [] NC []
6. Decide cuál hace falta en un problema. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El ejercicio 6 es el que más información da, y se responde sin calcular: si ahí hay dudas, los problemas seguirán fallando por mucho que el 5 salga perfecto.

El 3d está puesto a propósito. El 91 parece primo porque no acaba en par, ni en cinco, ni suma múltiplo de tres, y hay que llegar hasta el 7 para descubrirlo. Enseña que el criterio rápido no siempre basta.

El 5d es el otro caso interesante: dos números sin factores comunes. Conviene comentar que el m.c.d. 1 no significa que no se pueda calcular.