



Matemáticas

2.º de ESO

Áreas y volúmenes de cuerpos geométricos

Calcular superficie y capacidad de prismas, cilindros, pirámides y esferas sin confundir las unidades. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

El **área total** de un cuerpo es la superficie que habría que pintar; el **volumen**, el espacio que ocupa por dentro. Son dos preguntas distintas y llevan unidades distintas: el área en unidades cuadradas y el volumen en cúbicas.

En los cuerpos con dos bases iguales —**prismas y cilindros**— el volumen es siempre el mismo cálculo: **área de la base por la altura**. Cambia cómo se calcula la base, no la fórmula.

En los cuerpos que acaban en punta —**pirámides y conos**— el volumen es **un tercio** del de su prisma o cilindro equivalente. La misma base y la misma altura, dividido entre tres.

En la **esfera**, el volumen es cuatro tercios de pi por el radio al cubo, y el área es cuatro pi por el radio al cuadrado. Son las dos únicas fórmulas de la ficha que hay que memorizar sin deducir.

El **área total** de prismas y cilindros sale de sumar el área lateral más las dos bases. El área lateral de un cilindro es el rectángulo que resulta de desenrollarlo: la circunferencia de la base multiplicada por la altura.

Trucos

Dibuja el desarrollo plano antes de calcular el área. Un cuerpo desplegado es un conjunto de figuras planas que ya se saben medir, y así no se olvida ninguna cara. La mayoría de los fallos de área no son de cálculo: son caras que faltan o que se cuentan dos veces.

Distingue altura del cuerpo de apotema de la cara. En una pirámide, la altura va del vértice al centro de la base y sirve para el volumen; la apotema lateral va del vértice al punto medio de un lado de la base y sirve para el área. Usar una por otra es el error clásico del tema.

Un litro es un decímetro cúbico, y ahí está la mitad de los problemas. Si el enunciado habla de litros y las medidas están en centímetros, conviene pasar todo a decímetros antes de operar, porque convertir al final obliga a dividir entre mil y casi nadie se acuerda.

Al cambiar de unidades, el factor se eleva. De metros a decímetros se multiplica por diez; en área, por cien; en volumen, por mil. Escribir el exponente al lado de la unidad ayuda a recordar cuántas veces hay que aplicar el factor.

Para el adulto. Este tema se suspende por unidades mucho más que por fórmulas. Conviene exigir que el resultado lleve siempre su unidad escrita desde el primer paso, porque así el propio alumno detecta cuándo ha mezclado centímetros con metros.

Usa 3,14 como valor de pi y redondea a dos decimales cuando haga falta.



1. Calcula el volumen.

- a) Prisma rectangular de 8 cm por 5 cm de base y 12 cm de altura. _____
- b) Cilindro de 4 cm de radio y 10 cm de altura. _____
- c) Pirámide de base cuadrada de 6 cm de lado y 9 cm de altura. _____
- d) Cono de 3 cm de radio y 8 cm de altura. _____

2. Calcula el área total.

- a) Cubo de 7 cm de arista. _____
- b) Cilindro de 5 cm de radio y 12 cm de altura. _____
- c) Esfera de 6 cm de radio. _____

3. Completa lo que falta.

- a) Un prisma de base 25 cm^2 tiene 300 cm^3 de volumen. Altura: _____
- b) Un cilindro de 10 cm de altura tiene 628 cm^3 de volumen. Radio: _____
- c) Una pirámide de 8 cm de altura tiene 96 cm^3 de volumen. Área de la base: _____

4. Cambia de unidades.

- a) $2,5 \text{ m}^3 = \text{_____ dm}^3$ b) $4.500 \text{ cm}^3 = \text{_____ dm}^3$
- c) $0,8 \text{ m}^2 = \text{_____ cm}^2$ d) $3.000.000 \text{ cm}^3 = \text{_____ m}^3$

5. Verdadero o falso. Justifica los falsos.

- a) Un cono y un cilindro con la misma base y altura tienen el mismo volumen. _____
- b) Si duplico la arista de un cubo, su volumen se multiplica por ocho. _____
- c) El área de una esfera es la mitad de su volumen. _____
- d) Dos cuerpos con el mismo volumen tienen siempre la misma área. _____

6. Problemas. Escribe la operación y el resultado.

- a) Una lata cilíndrica mide 6,5 cm de diámetro y 12 cm de altura. ¿Cuántos mililitros caben, si un mililitro es un centímetro cúbico? _____
- b) Una piscina mide 10 m de largo, 5 m de ancho y 1,60 m de profundidad. ¿Cuántos litros caben si se llena hasta 20 cm del borde? _____
- c) Un depósito cilíndrico sin tapa mide 2 m de radio y 3 m de altura. Si un bote de pintura cubre 8 m^2 , ¿cuántos botes hacen falta? _____

7. Compara sin calcular del todo.

Un cubo de 6 cm de arista y una esfera de 6 cm de diámetro. ¿Cuál ocupa más? Explica el razonamiento.

8. Caza el error. Explica el fallo en una línea.

«El volumen de una pirámide de base 20 cm^2 y 12 cm de altura es 240 cm^3 .»

9. Piensa un poco más.

¿Por qué crees que casi todos los envases de líquidos son cilíndricos y casi ninguno esférico, si la esfera es la forma que más volumen encierra con menos superficie?



El reto

Coge **tres envases distintos** de la cocina: un brik, una lata y una botella.

1. Mide cada uno y calcula su volumen con la fórmula que corresponda.

2. Compáralo con la capacidad que viene impresa en la etiqueta.

3. Anota la diferencia y busca a qué se debe.

Siempre sobra un poco: el hueco de aire del cuello, el grosor de las paredes y el margen de llenado. Comprobar que el cálculo se acerca pero no coincide enseña algo que ningún ejercicio de libro enseña: una medida real nunca es exacta, y saber cuánto se desvía es parte del resultado.



Solucionario

Ejercicio 1: a) $8 \cdot 5 \cdot 12 = \mathbf{480 \text{ cm}^3}$ b) base $3,14 \cdot 16 = 50,24 \text{ cm}^2$; por 10 = **502,4 cm³** c) base 36 cm^2 ; $36 \cdot 9 : 3 = \mathbf{108 \text{ cm}^3}$ d) base $3,14 \cdot 9 = 28,26 \text{ cm}^2$; $28,26 \cdot 8 : 3 = \mathbf{75,36 \text{ cm}^3}$.

Ejercicio 2: a) seis caras de $49 \text{ cm}^2 = \mathbf{294 \text{ cm}^2}$ b) lateral $2 \cdot 3,14 \cdot 5 \cdot 12 = 376,8 \text{ cm}^2$; dos bases $2 \cdot 3,14 \cdot 25 = 157 \text{ cm}^2$; total **533,8 cm²** c) $4 \cdot 3,14 \cdot 36 = \mathbf{452,16 \text{ cm}^2}$.

Ejercicio 3: a) $300 : 25 = \mathbf{12 \text{ cm}}$ b) base $628 : 10 = 62,8 \text{ cm}^2$; $62,8 : 3,14 = 20$, y la raíz de 20 no es exacta, así que el radio es aproximadamente **4,47 cm** c) $96 \cdot 3 : 8 = \mathbf{36 \text{ cm}^2}$.

Ejercicio 4: a) **2.500 dm³** b) **4,5 dm³** c) **8.000 cm²** d) **3 m³**.

Ejercicio 5: a) **F**, el cono es un tercio del cilindro b) **V**, porque el volumen depende del cubo de la arista y dos al cubo es ocho c) **F**, no se pueden comparar: llevan unidades distintas d) **F**, una esfera y un prisma alargado pueden tener el mismo volumen y áreas muy diferentes.

Ejercicio 6: a) radio 3,25 cm; base $3,14 \cdot 10,5625 = 33,17 \text{ cm}^2$; por 12 = **398,04 cm³**, es decir, unos **398 ml** b) altura de agua 1,40 m; $10 \cdot 5 \cdot 1,40 = 70 \text{ m}^3 = \mathbf{70.000 \text{ litros}}$ c) lateral $2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 3 = 37,68 \text{ m}^2$; base $3,14 \cdot 4 = 12,56 \text{ m}^2$; total $50,24 \text{ m}^2$; entre 8 = 6,28, así que hacen falta **7 botes**.

Ejercicio 7: el **cubo**. La esfera de 6 cm de diámetro cabe justo dentro de ese cubo, así que su volumen es necesariamente menor. En números, 216 cm^3 frente a $113,04 \text{ cm}^3$.

Ejercicio 8: falta **dividir entre tres**. El resultado 240 cm^3 sería el de un prisma con esa base y esa altura; la pirámide tiene **80 cm³**.

Ejercicio 9: respuesta abierta. La idea: una esfera no se sostiene de pie, rueda, no se puede apilar y desperdicia espacio en el transporte. El cilindro conserva buena parte de la eficiencia y sí se apila y se agarra.

El reto: respuesta abierta.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Calcula volúmenes de prismas y cilindros. C [] EP [] NC []
2. Aplica el tercio en pirámides y conos. C [] EP [] NC []
3. Calcula el área total sumando lateral y bases. C [] EP [] NC []
4. Cambia unidades de superficie y volumen. C [] EP [] NC []
5. Despeja un dato a partir del volumen. C [] EP [] NC []
6. Resuelve un problema con contexto real. C [] EP [] NC []



Cómo leer el conjunto

El 4 es el que más condiciona la nota del tema, y no se parece a los demás: es puro cambio de unidades. Si falla, los problemas del 6 saldrán mal aunque las fórmulas estén bien aplicadas.

El 5 exige leer la fórmula al revés, que es lo que piden los problemas de verdad. Un alumno que solo sustituye datos se queda bloqueado aquí.

Si el 1 sale y el 2 falla, el hueco es conceptual, no de cálculo: no ha visto que la pirámide y el prisma comparten base y altura. Llenar un molde cónico con arena y vaciarlo tres veces en el cilíndrico lo resuelve en cinco minutos.