



Matemáticas

4.º de ESO

Trigonometría: razones y triángulos rectángulos

Seno, coseno y tangente, y cómo se usan para medir lo que no se puede medir. Vale para Matemáticas A y B. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

En un triángulo **rectángulo**, el lado mayor y opuesto al ángulo recto es la **hipotenusa**; los otros dos son los **catetos**. Respecto a un ángulo agudo, un cateto es **opuesto** y el otro **contiguo**. Las tres razones se leen siempre igual: **seno = opuesto / hipotenusa**, **coseno = contiguo / hipotenusa**, **tangente = opuesto / contiguo**. Dependen **solo del ángulo**, no del tamaño del triángulo. Dos triángulos semejantes tienen el mismo seno porque sus lados guardan la misma proporción: esa es la idea que sostiene todo el tema. Hay que saberse de memoria los valores de **30º, 45º y 60º**. Y la relación fundamental: **$\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1$** , que no es más que Pitágoras escrito con razones. Para pasar de razón a ángulo se usan las teclas **sen^{-1} , cos^{-1} y tan^{-1}** de la calculadora, con el modo en **grados (DEG)**.

Trucos

Elige la razón por lo que tienes y lo que buscas, no por costumbre. Si conoces el opuesto y buscas la hipotenusa, es seno. Si tienes los dos catetos, es tangente. Escribir primero qué lado es cada uno evita la mitad de los errores. **La calculadora en RAD es el fallo que más exámenes ha suspendido.** Si $\text{sen } 30$ no te da 0,5, no está mal la fórmula: está mal el modo. Compruébalo antes de empezar, siempre. **El seno y el coseno nunca pasan de 1.** Son un cateto dividido entre la hipotenusa, que es más grande. Si te sale 1,4, hay un error seguro: probablemente has puesto los lados al revés. **Ángulo de elevación y de depresión son el mismo ángulo** visto desde abajo o desde arriba, porque son alternos internos. En los problemas de alturas esto ahorra dibujar dos veces. **Para el adulto.** La trigonometría es el primer tema del curso que se aplica fuera del aula sin forzar nada: alturas, pendientes, rampas accesibles, tejados. Vale la pena hacer el reto de la ficha, porque medir un edificio real convierte tres fórmulas en una herramienta.

1. Completa la tabla de memoria.

30º → sen _____ cos _____ tan _____

45º → sen _____ cos _____ tan _____

60º → sen _____ cos _____ tan _____

2. Triángulo rectángulo con catetos 3 y 4 e hipotenusa 5. Calcula respecto al ángulo opuesto al cateto de 3.

a) $\text{sen } \alpha =$ _____ b) $\text{cos } \alpha =$ _____ c) $\text{tan } \alpha =$ _____

d) ¿Cuánto mide α en grados? _____

3. Calcula el lado que falta. Redondea a dos decimales.

a) Hipotenusa 10, ángulo 30º → cateto opuesto = _____

b) Cateto contiguo 8, ángulo 45º → cateto opuesto = _____

c) Cateto opuesto 6, ángulo 60º → hipotenusa = _____



4. Calcula el ángulo. Usa las teclas inversas.

- a) $\text{sen } \alpha = 0,5 \rightarrow \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ b) $\text{cos } \alpha = 0,7071 \rightarrow \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$
c) $\text{tan } \alpha = 1 \rightarrow \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$ d) $\text{tan } \alpha = 1,7321 \rightarrow \alpha = \underline{\hspace{2cm}}$

5. Relación fundamental.

- a) Si $\text{sen } \alpha = 0,6$, ¿cuánto vale $\text{cos } \alpha$? $\underline{\hspace{2cm}}$
b) Si $\text{cos } \alpha = 0,8$, ¿cuánto vale $\text{tan } \alpha$? $\underline{\hspace{2cm}}$

6. Problemas de alturas. Haz un dibujo antes de calcular.

- a) Desde 20 m de la base de una torre, la parte alta se ve con un ángulo de elevación de 35° .
¿Cuánto mide la torre? $\underline{\hspace{2cm}}$
b) Una escalera de 4 m apoyada en la pared forma 70° con el suelo. ¿A qué altura llega?
 $\underline{\hspace{2cm}}$
c) Una rampa sube 0,5 m en 6 m de recorrido horizontal. ¿Qué ángulo forma? $\underline{\hspace{2cm}}$

7. Accesibilidad. La normativa pide que una rampa no supere el 10 % de pendiente, es decir, que suba como mucho 10 cm por cada metro horizontal.

- a) ¿Qué ángulo corresponde a una pendiente del 10 %? $\underline{\hspace{2cm}}$
b) La rampa del apartado 6c, ¿cumple? $\underline{\hspace{2cm}}$ ¿Por qué? $\underline{\hspace{2cm}}$

8. Caza el error. Explica el fallo y corrige.

- a) « $\text{sen } \alpha = 1,25$ » Error: $\underline{\hspace{2cm}}$
b) «Para hallar la altura con el ángulo y la distancia al pie uso el seno» Error: $\underline{\hspace{2cm}}$
Bien: $\underline{\hspace{2cm}}$
c) « $\text{sen } 30 = -0,988$ » Error: $\underline{\hspace{2cm}}$ Bien: $\underline{\hspace{2cm}}$

El reto

Necesitas **una cinta métrica** y el móvil, y un adulto que te acompañe.

1. Ponte a una distancia conocida de un árbol o de un edificio y médela con la cinta.

$\underline{\hspace{10cm}}$

2. Con una aplicación de nivel o inclinómetro, mide el ángulo hasta la parte más alta.

$\underline{\hspace{10cm}}$

3. Calcula la altura con la tangente y súmale tu altura de los ojos al suelo.

Ese último paso es el que casi todo el mundo olvida, y es el que separa un resultado aproximado de uno bueno: el triángulo empieza en tus ojos, no en tus pies.

$\underline{\hspace{10cm}}$



Solucionario

Ejercicio 1: $30^\circ \rightarrow 1/2, \sqrt{3}/2, \sqrt{3}/3 \cdot 45^\circ \rightarrow \sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 1 \cdot 60^\circ \rightarrow \sqrt{3}/2, 1/2, \sqrt{3}$. Ejercicio 2: a) $3/5 = 0,6$ b) $4/5 = 0,8$ c) $3/4 = 0,75$ d) $36,87^\circ$. Ejercicio 3: a) $10 \cdot \sin 30 = 5$ b) $8 \cdot \tan 45 = 8$ c) $6 : \sin 60 = 6,93$ d) —. Ejercicio 4: a) 30° b) 45° c) 45° d) 60° . Ejercicio 5: a) $\cos \alpha = \sqrt{1 - 0,36} = 0,8$ b) $\sin \alpha = 0,6 \rightarrow \tan \alpha = 0,6/0,8 = 0,75$. Ejercicio 6: a) $20 \cdot \tan 35 = 14,00 \text{ m}$ b) $4 \cdot \sin 70 = 3,76 \text{ m}$ c) $\tan \alpha = 0,5/6 = 0,0833 \rightarrow 4,76^\circ$. Ejercicio 7: a) $\tan \alpha = 0,10 \rightarrow 5,71^\circ$ b) **sí cumple**: $0,5/6$ es un $8,3 \%$, por debajo del 10% permitido, y su ángulo, $4,76^\circ$, es menor que $5,71^\circ$. Ejercicio 8: a) el seno **no puede pasar de 1**; probablemente se han cambiado cateto e hipotenusa b) con el ángulo y el cateto contiguo se usa la **tangente**; el seno necesitaría la hipotenusa c) la calculadora está en **radianes**; en grados, $\sin 30 = 0,5$. El reto: respuesta abierta.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Recuerda las razones de 30° , 45° y 60° . C [] EP [] NC []
2. Identifica opuesto, contiguo e hipotenusa. C [] EP [] NC []
3. Elige la razón adecuada según los datos. C [] EP [] NC []
4. Halla el ángulo con las teclas inversas. C [] EP [] NC []
5. Aplica la relación fundamental. C [] EP [] NC []
6. Resuelve un problema real de alturas. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El 8b es el que decide si ha entendido el tema: elegir la razón es el 90% del trabajo, y calcularla, el 10% restante.

El 7 conecta el tema con algo que existe fuera del aula. Una pendiente en tanto por ciento es una tangente, aunque nadie lo diga en la señal de tráfico.

Si el 3 sale y el 6 no, el problema no es trigonométrico sino de dibujo: sin el esquema, no se sabe qué lado es el opuesto. Conviene exigir el dibujo siempre, aunque salga torcido.