



Matemáticas

3.º de ESO

Teorema de Tales y semejanza

Razón de semejanza, triángulos en posición de Tales, escalas y alturas medidas con sombras. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Dos figuras son **semejantes** cuando tienen la misma forma y distinto tamaño: sus ángulos son iguales y sus lados, **proporcionales**. El número por el que se multiplica cada lado es la **razón de semejanza, k**. El **teorema de Tales** dice que si dos rectas secantes se cortan con rectas **paralelas**, los segmentos que quedan en una son proporcionales a los que quedan en la otra. Dos triángulos están en **posición de Tales** cuando comparten un ángulo y los lados opuestos a ese ángulo son paralelos. Entonces son semejantes. Cuidado con lo que crece: si los lados se multiplican por k , **los perímetros también por k** , pero **las áreas por k^2** y los volúmenes por k^3 . Una **escala 1:n** significa que 1 unidad del plano son n unidades reales.

Trucos

La proporción se escribe siempre en el mismo orden. Pequeño entre grande a la izquierda y pequeño entre grande a la derecha. Si mezclas el orden en un lado, el resultado sale al revés sin que te des cuenta. **Para saber si dos triángulos son semejantes, divide.** Ordena los lados de menor a mayor en los dos y divide cada pareja. Si los tres cocientes coinciden, son semejantes; si uno falla, no. **Semejanza es multiplicar, nunca sumar.** Un triángulo de lados 3, 4 y 5 no es semejante al de 5, 6 y 7, aunque a cada lado se le hayan sumado dos. **En las escalas, cambia de unidades al final.** Primero multiplica por la escala en centímetros y después pasa a metros o kilómetros. Mezclar unidades a mitad de cuenta es el error más frecuente. **Para el adulto.** El k^2 de las áreas es el fallo estrella de la unidad y aparece en pruebas externas. Merece la pena comprobarlo dibujando: un cuadrado de lado 2 no tiene el doble de superficie que uno de lado 1, sino el cuádruple, y se ve.

1. ¿Son semejantes? Si lo son, da la razón de semejanza.

- a) Lados 3, 4, 5 y lados 6, 8, 10 _____
- b) Lados 4, 6, 8 y lados 6, 9, 12 _____
- c) Lados 2, 3, 4 y lados 4, 6, 7 _____

2. Teorema de Tales. Dos rectas secantes están cortadas por rectas paralelas. Calcula x .

- a) En una recta los segmentos miden 4 y 6; en la otra, 6 y x . $x =$ _____
- b) En una recta los segmentos miden 5 y x ; en la otra, 10 y 14. $x =$ _____

3. Posición de Tales. En el triángulo ABC, el segmento DE es paralelo a BC, con D en AB y E en AC.

- a) Si $AD = 3$, $DB = 6$ y $AE = 4$, ¿cuánto mide EC? $EC =$ _____
- b) Si además $BC = 15$, ¿cuánto mide DE? $DE =$ _____



- 4. Escalas. En un plano a escala 1:200, una habitación mide 2,5 cm × 3 cm.**
a) Medidas reales: _____ m × _____ m
b) Superficie real: _____ m²
- 5. Dos polígonos son semejantes con razón $k = 3$. El pequeño tiene 12 cm de perímetro y 8 cm² de área.**
a) Perímetro del grande: _____ b) Área del grande: _____
- 6. Mapas. En un mapa a escala 1:50 000:**
a) Dos pueblos están a 6 cm. Distancia real: _____ km
b) Dos puntos están a 7,5 km en la realidad. Distancia en el mapa: _____ cm
- 7. Caza el error. Explica el fallo y corrige.**
a) «Si la razón de semejanza es 2, el área también se multiplica por 2.» Error: _____
Bien: _____
b) «Los triángulos de lados 3, 4, 5 y 5, 6, 7 son semejantes, porque a cada lado le he sumado 2.» Error: _____
- 8. Problema de sombras. A la misma hora, un palo vertical de 2 m proyecta una sombra de 1,5 m y un árbol proyecta una sombra de 9 m. ¿Cuánto mide el árbol?**
Planteamiento: _____ Altura: _____
- 9. Problema del espejo. Una persona cuyos ojos están a 1,60 m del suelo se coloca a 2 m de un espejo tumbado en el suelo y ve en él la parte más alta de un edificio situado a 25 m del espejo. ¿Qué altura tiene el edificio?**
Planteamiento: _____ Altura: _____

El reto

Las fotocopadoras pasan de **A4 a A3** con la ampliación al **141 %**. Un A4 mide 21 × 29,7 cm.

- 1. Multiplica los dos lados del A4 por 1,41. ¿Qué medidas salen?**
-
- 2. Calcula el área del A4 y la del A3 (29,7 × 42 cm). ¿Cuántas veces cabe el A4 en el A3?**
-
- 3. Si el área se duplica, ¿por qué la máquina no amplía al 200 %?**
Pista: si las áreas se multiplican por k^2 , ¿qué número al cuadrado da 2?
-



Solucionario

Ejercicio 1: a) **sí, $k = 2$** : $6/3 = 8/4 = 10/5 = 2$ b) **sí, $k = 1,5$** : $6/4 = 9/6 = 12/8 = 1,5$ c) **no**: $4/2 = 2$ y $6/3 = 2$, pero $7/4 = 1,75$. Ejercicio 2: a) $4/6 = 6/x \rightarrow x = 9$ b) $5/10 = x/14 \rightarrow x = 7$. Ejercicio 3: a) $AD/DB = AE/EC \rightarrow 3/6 = 4/EC \rightarrow EC = 8$ b) $AB = 9$, y $DE/BC = AD/AB \rightarrow DE/15 = 3/9 \rightarrow DE = 5$. Ejercicio 4: a) $2,5 \cdot 200 = 500$ cm y $3 \cdot 200 = 600$ cm $\rightarrow$ **5 m $\times$ 6 m** b) **30 m²**. Comprobación por escala de áreas: $7,5 \text{ cm}^2 \cdot 200^2 = 300\,000 \text{ cm}^2 = 30 \text{ m}^2$. Ejercicio 5: a) $12 \cdot 3 = 36$ cm b) $8 \cdot 3^2 = 72 \text{ cm}^2$. Ejercicio 6: a) $6 \cdot 50\,000 = 300\,000 \text{ cm} = 3 \text{ km}$ b) $7,5 \text{ km} = 750\,000 \text{ cm}$; $750\,000 : 50\,000 = 15 \text{ cm}$. Ejercicio 7: a) el área se multiplica por **$k^2 = 4$** , no por 2 b) la semejanza **multiplica** los lados por un mismo número; sumar la misma cantidad cambia la forma. $5/3 \neq 6/4 \neq 7/5$. Ejercicio 8: los triángulos palo-sombra y árbol-sombra son semejantes: $h/9 = 2/1,5 \rightarrow h = 12 \text{ m}$. Ejercicio 9: por la reflexión, los dos triángulos son semejantes: $h/25 = 1,60/2 \rightarrow h = 20 \text{ m}$. El reto: 1) unos **29,6 $\times$ 41,9 cm**, prácticamente el A3 2) $623,7 \text{ cm}^2$ frente a $1247,4 \text{ cm}^2$: **el doble** 3) para duplicar el área, $k^2 = 2$, así que **$k = \sqrt{2} \approx 1,41$** . Al 200 % el área se multiplicaría por 4.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Decide si dos triángulos son semejantes. C [] EP [] NC []
2. Aplica el teorema de Tales a segmentos. C [] EP [] NC []
3. Resuelve triángulos en posición de Tales. C [] EP [] NC []
4. Usa escalas en planos y mapas. C [] EP [] NC []
5. Aplica k^2 a áreas de figuras semejantes. C [] EP [] NC []
6. Plantea un problema de alturas con semejanza. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El 1c es la prueba de que se ha entendido la definición: dos cocientes iguales no bastan, tienen que coincidir los tres. Quien comprueba solo dos y concluye «semejantes» necesita volver al truco de dividir todos.

El 5b y el 7a miden lo mismo desde dos lados: el crecimiento de las áreas. Si aciertan el cálculo pero no detectan el error del 7a, lo han hecho de memoria.

El 8 y el 9 son el mismo razonamiento con dos montajes distintos. Si sale el 8 y no el 9, la dificultad está en ver los triángulos, no en la proporción: ayuda mucho dibujarlos.