



Matemáticas

3.º de ESO

Sistemas de ecuaciones lineales

Sustitución, igualación y reducción, cuándo usar cada uno y cómo plantear un problema con dos incógnitas. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Un **sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas** pide los valores de x e y que cumplen **las dos ecuaciones a la vez**. La solución es una pareja de números, no uno solo. Hay tres métodos y los tres llegan al mismo resultado: **Sustitución**. Se despeja una incógnita en una ecuación y se sustituye en la otra. Conviene cuando alguna incógnita ya aparece sola o con coeficiente 1. **Igualación**. Se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones y se igualan las expresiones. Conviene cuando las dos ecuaciones vienen ya despejadas. **Reducción**. Se multiplican las ecuaciones por los números necesarios para que una incógnita tenga coeficientes opuestos y se suman. Conviene cuando no hay ninguna incógnita sola. Según sus soluciones, un sistema puede ser **compatible determinado** (una solución), **compatible indeterminado** (infinitas) o **incompatible** (ninguna).

Trucos

Comprobar es obligatorio y cuesta diez segundos. Se sustituye la pareja en las dos ecuaciones originales, no en las transformadas. Si una falla, hay un error, aunque la otra salga bien. **Con fracciones, lo primero es quitarlas.** Se multiplica cada ecuación por el mínimo común múltiplo de sus denominadores. Un sistema con fracciones resuelto con fracciones es la forma más segura de equivocarse. **En reducción, el signo de la resta es la trampa.** Si vas a restar, pon la segunda ecuación entre paréntesis antes de hacerlo. Si vas a sumar, busca antes coeficientes opuestos: sumar es más seguro que restar. **Clasificar sin resolver.** Si al reducir desaparecen las dos incógnitas y queda $0 = 0$, hay infinitas soluciones; si queda algo como $0 = 4$, no hay ninguna. **Para el adulto.** El punto débil casi nunca es el método, sino el **planteamiento**: pasar del enunciado a las dos ecuaciones. Si el alumno resuelve bien el 2-6 y se bloquea en el 8, la dificultad es de lectura, no de cálculo.

1. ¿Es la pareja indicada solución del sistema? Comprueba en las dos ecuaciones.

- a) $x + y = 7$; $x - y = 1 \rightarrow (4, 3)$ Sí ☐ No ☐
- b) $2x + y = 10$; $x - 3y = -2 \rightarrow (4, 2)$ Sí ☐ No ☐
- c) $x + 2y = 5$; $3x - y = 9 \rightarrow (3, 1)$ Sí ☐ No ☐

2. Resuelve por sustitución.

- a) $x + y = 10$; $x - y = 4$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$
- b) $y = 2x - 1$; $3x + y = 14$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

3. Resuelve por igualación.

- a) $y = 3x - 2$; $y = x + 4$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$
- b) $x = 2y + 1$; $x = 5 - 2y$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

4. Resuelve por reducción.

a) $2x + 3y = 12$; $2x - y = 4$ $x = \underline{\hspace{1cm}}$ $y = \underline{\hspace{1cm}}$

b) $3x + 2y = 16$; $5x - 2y = 0$ $x =$ $y =$

5. Clasifica cada sistema sin resolverlo y explica cómo lo sabes.

a) $x + y = 3$; $2x + 2y = 6$ _____

b) $x + y = 3$; $x + y = 5$

c) $x + y = 3$; $x - y = 1$

6. Con fracciones. Quita denominadores y resuelve.

$$x/2 + y/3 = 4 ; x - y = 3 \quad x = \quad y =$$

7. Caza el error. Explica el fallo y corrige.

a) « $2x + y = 8$ y $x - y = 1$. Sumo: $3x = 9$, $x = 3$. En la segunda, $3 - y = 1$, así que $y = -2$.»

Error: Bien:

b) « $x + 2y = 5$ y $x - 2y = 1$. Resto las dos: $0 = 4$, así que el sistema es incompatible.» Error:

Bien:

8. Problema. En una granja hay gallinas y conejos. Entre todos suman 35 cabezas y 94 patas. ¿Cuántos animales hay de cada tipo?

Planteamiento:

Gallinas:	Conejos:
-----------	----------

9. Problema. Un cine vende entradas de adulto a 9 € y de niño a 6 €. En una sesión vendió 50 entradas y recaudó 381 €. ¿Cuántas de cada tipo?

Planteamiento:

Adulto: _____ Niño: _____

El reto

Dibuja en unos mismos ejes las rectas $y = x + 1$ e $y = -x + 5$.

1. Marca el punto donde se cortan y anota sus coordenadas.

2. Resuelve el sistema por el método que prefieras.

3. Compara: ¿qué tiene que ver el punto de corte con la solución?

Después dibuja $y = x + 1$ e $y = x + 3$. ¿Se cortan? ¿Qué tipo de sistema forman? Un sistema incompatible no es un error: son dos rectas paralelas.



Solucionario

Ejercicio 1: a) **sí**: $4 + 3 = 7$ y $4 - 3 = 1$ b) **sí**: $8 + 2 = 10$ y $4 - 6 = -2$ c) **no**: la primera se cumple ($3 + 2 = 5$), pero la segunda da $9 - 1 = 8$, no 9. Ejercicio 2: a) $x = 10 - y \rightarrow 10 - y - y = 4 \rightarrow x = 7, y = 3$ b) $3x + 2x - 1 = 14 \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3, y = 5$. Ejercicio 3: a) $3x - 2 = x + 4 \rightarrow x = 3, y = 7$ b) $2y + 1 = 5 - 2y \rightarrow 4y = 4 \rightarrow y = 1, x = 3$. Ejercicio 4: a) restando: $4y = 8 \rightarrow y = 2, x = 3$ b) sumando: $8x = 16 \rightarrow x = 2, y = 5$. Ejercicio 5: a) **compatible indeterminado**: la segunda es la primera multiplicada por 2; es la misma recta b) **incompatible**: $x + y$ no puede valer 3 y 5 a la vez c) **compatible determinado**: al sumar sale $2x = 4$, una sola solución (2, 1). Ejercicio 6: multiplicando la primera por 6: $3x + 2y = 24$. Con $x = y + 3$: $3y + 9 + 2y = 24 \rightarrow 5y = 15 \rightarrow y = 3, x = 6$. Comprobación: $6/2 + 3/3 = 3 + 1 = 4$. Ejercicio 7: a) error al despejar: de $3 - y = 1$ sale $y = 2$, no -2 . Comprobación: $2 \cdot 3 + 2 = 8$ b) error al restar: $x - x = 0$, pero $2y - (-2y) = 4y$, y $5 - 1 = 4$. Queda $4y = 4 \rightarrow y = 1, x = 3$. El sistema es compatible determinado. Ejercicio 8: $x + y = 35$; $2x + 4y = 94$. Dividiendo la segunda entre 2: $x + 2y = 47$. Restando: $y = 12$. **23 gallinas y 12 conejos**. Comprobación: $46 + 48 = 94$ patas. Ejercicio 9: $x + y = 50$; $9x + 6y = 381$. Sustituyendo $y = 50 - x$: $9x + 300 - 6x = 381 \rightarrow 3x = 81 \rightarrow 27$ de adulto y 23 de niño. Comprobación: $243 + 138 = 381$ €. El reto: se cortan en (2, 3), que es la solución del sistema. Las rectas $y = x + 1$ e $y = x + 3$ son **paralelas**: no se cortan y el sistema es **incompatible**.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Comprueba si una pareja es solución. C [] EP [] NC []
2. Resuelve por sustitución e igualación. C [] EP [] NC []
3. Resuelve por reducción sin errores de signo. C [] EP [] NC []
4. Clasifica un sistema sin resolverlo. C [] EP [] NC []
5. Quita denominadores antes de resolver. C [] EP [] NC []
6. Plantea y resuelve un problema con dos incógnitas. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El 1c es el ejercicio que más enseña con menos esfuerzo: una pareja puede cumplir una ecuación y no la otra, y entonces no es solución. Quien lo entiende deja de comprobar solo en una.

El 7b es el error de signo típico de la reducción, y se repite todo el curso. Si aparece, conviene volver al truco de poner la segunda ecuación entre paréntesis antes de restar.

El 8 y el 9 miden el planteamiento. Un alumno que resuelve bien el 4 y no sabe arrancar el 8 no necesita más sistemas, necesita practicar la traducción del enunciado a ecuaciones.