



Matemáticas

2.º de ESO

Sistemas de ecuaciones: sustitución, igualación y reducción

Los tres métodos, cuándo conviene cada uno y problemas que se resuelven con dos incógnitas. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Un sistema son **dos ecuaciones que se cumplen a la vez**. Resolverlo es encontrar la pareja de números que sirve para las dos, no para una sola. **Sustitución:** despejas una incógnita en una ecuación y la metes en la otra. Conviene cuando alguna incógnita ya está despejada o lleva coeficiente 1. **Igualación:** despejas la **misma** incógnita en las dos y las igualas. Conviene cuando las dos ecuaciones están puestas de forma parecida. **Reducción:** sumas o restas las dos ecuaciones para que una incógnita desaparezca. Conviene cuando los coeficientes ya son iguales u opuestos, o se igualan multiplicando por un número pequeño. Los tres dan **el mismo resultado**. No hay un método correcto y dos malos: hay uno más cómodo para cada sistema.

Trucos

La solución se comprueba en las dos ecuaciones, no en una. Un par de números puede encajar en la primera y fallar en la segunda, y entonces no es solución del sistema. Antes de elegir método, **mira los coeficientes diez segundos**. Si ves un 1 o un -1 , sustitución. Si ves la misma incógnita con el mismo número, reducción directa. Ese vistazo ahorra la mitad del trabajo. En reducción, para que una incógnita desaparezca hay que dejar sus coeficientes **iguales pero de signo contrario**, y después sumar. Si son iguales del mismo signo, se restan; conviene decidirlo antes de operar, porque los errores de signo aquí son los más frecuentes. Y un aviso: al multiplicar una ecuación entera hay que multiplicar **también el término independiente**. Olvidarlo es el fallo número uno de este tema. **Para el adulto.** Si el cálculo sale bien pero los problemas no, el trabajo no es de sistemas: es de plantear. Ayuda obligarse a escribir en dos líneas qué son «x» e «y» antes de tocar nada, y comprobar solo eso durante unos cuantos enunciados.

1. Comprueba si la pareja es solución del sistema. Marca sí o no.

a) $x = 2$, $y = 1$ en $x + y = 3$ y $2x - y = 3$. Sí ☐ No ☐

b) $x = 4$, $y = 0$ en $x + y = 4$ y $x - 2y = 2$. Sí ☐ No ☐

c) $x = 1$, $y = 5$ en $x + y = 6$ y $3x + y = 9$. Sí ☐ No ☐

2. Resuelve por sustitución.

a) $y = 2x - 1$; $x + y = 8$ $x =$ _____ $y =$ _____

b) $x = y + 3$; $2x + y = 12$ $x =$ _____ $y =$ _____

3. Resuelve por igualación.

a) $y = 3x - 2$; $y = x + 4$ $x =$ _____ $y =$ _____

b) $x = 2y + 1$; $x = 5y - 8$ $x =$ _____ $y =$ _____



4. Resuelve por reducción.

- a) $x + y = 10$; $x - y = 2$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$
b) $2x + 3y = 16$; $2x - y = 4$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$
c) $3x + 2y = 12$; $5x - 2y = 4$ $x = \underline{\hspace{2cm}}$ $y = \underline{\hspace{2cm}}$

5. Elige el método. Marca cuál usarías y por qué, sin resolver.

- a) $y = 4x$; $3x + y = 14$ Sust. ☐ Igual. ☐ Red. ☐ ¿Por qué?
b) $2x + 5y = 9$; $2x - 3y = 1$ Sust. ☐ Igual. ☐ Red. ☐ ¿Por qué?
c) $x = 3y$; $x = y + 8$ Sust. ☐ Igual. ☐ Red. ☐ ¿Por qué?

6. Plantea y resuelve.

x es: y es: Sistema: Respuesta:

Sistema: Respuesta:

Sistema: Respuesta:

- a) La suma de dos números es 25 y su diferencia es 7. ¿Cuáles son?
b) En una granja hay gallinas y conejos: 20 cabezas y 56 patas. ¿Cuántos hay de cada?
c) Tres bolígrafos y dos cuadernos cuestan 11 €. Un bolígrafo y cuatro cuadernos, 12 €.

7. Caza el error. Explica el fallo.

- a) De $2x + y = 7$, al multiplicar por 3 sale $6x + 3y = 7$. Error:
b) La pareja $x = 3$, $y = 1$ cumple la primera ecuación, así que es solución del sistema. Error:

8. Escribe tú. Inventa un sistema cuya solución sea $x = 5$, $y = 2$.

El reto

Coge **un ticket de compra con dos productos repetidos**, con un adulto.

1. Tapa los precios unitarios y quédate solo con dos totales distintos.

2. Plantea el sistema y calcula cuánto vale cada producto.

3. Destapa y comprueba.

Es exactamente el problema de los bolígrafos y los cuadernos, pero con datos de verdad.



Solucionario

Ejercicio 1: a) **sí**: $2+1=3$ y $4-1=3$ b) **no**: cumple la primera, pero $4-0=4$ y hacía falta 2 c) **no**: cumple la primera, pero $3+5=8$ y la segunda pedía 9. En b) y en c) el fallo es el mismo: encajar en una ecuación no basta. Ejercicio 2: a) **$x=3$, $y=5$** b) **$x=5$, $y=2$** . Ejercicio 3: a) **$x=3$, $y=7$** b) **$x=7$, $y=3$** . Ejercicio 4: a) **$x=6$, $y=4$** b) **$x=3,5$, $y=3$** : de la segunda, $y=2x-4$; sustituyendo, $2x+6x-12=16$ c) **$x=2$, $y=3$** . Ejercicio 5: a) **sustitución**, porque «y» ya está despejada b) **reducción**, porque $2x$ aparece igual en las dos y se van restando c) **igualación**, porque las dos tienen «x» despejada. Ejercicio 6: a) $x+y=25$; $x-y=7 \rightarrow$ **16 y 9** b) $g+c=20$; $2g+4c=56 \rightarrow$ **12 gallinas y 8 conejos** c) $3b+2c=11$; $b+4c=12 \rightarrow$ **$b=2$ €, $c=2,50$ €**. Ejercicio 7: a) hay que multiplicar **también el término independiente**: $6x+3y=21$ b) una solución tiene que cumplir **las dos ecuaciones**; con una no basta. Ejercicio 8: respuesta abierta; por ejemplo, $x+y=7$ y $x-y=3$. El reto: respuesta abierta. Si los dos totales del ticket no son independientes —uno es múltiplo del otro—, el sistema no tiene solución única; es un buen momento para comentarlo.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Comprueba una solución en las dos ecuaciones. C [] EP [] NC []
2. Resuelve por sustitución. C [] EP [] NC []
3. Resuelve por igualación. C [] EP [] NC []
4. Resuelve por reducción. C [] EP [] NC []
5. Elige el método más cómodo. C [] EP [] NC []
6. Plantea un sistema a partir de un enunciado. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El 5 no se califica por el resultado sino por la justificación. Elegir bien el método es la diferencia entre un ejercicio de tres líneas y uno de quince.

El 7a es el error más repetido del tema y conviene que aparezca pronto: multiplicar la ecuación sin multiplicar el número de la derecha.

El 6b es el problema clásico de cabezas y patas, y merece la pena resolverlo también razonando —si todos fueran gallinas habría 40 patas, sobran 16, y cada conejo añade 2—, porque enseña que el sistema formaliza algo que ya se podía pensar.