



Matemáticas

3.º de ESO

Polinomios e identidades notables

Operar con polinomios, reconocer las tres identidades y factorizar con Ruffini. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Un polinomio es una suma de **monomios**. El **grado** es el exponente más alto y el **término independiente** es el que no lleva letra. **Sumar y restar** solo se puede entre términos **semejantes**, los que tienen la misma parte literal: $3x^2$ y $5x^2$ se suman; $3x^2$ y $5x$, no. Al restar, hay que cambiar el signo de **todos** los términos del segundo polinomio, no solo del primero. **Multiplicar** es aplicar la propiedad distributiva: cada término por cada término, y después agrupar semejantes. Las **tres identidades notables** hay que reconocerlas en los dos sentidos, para desarrollar y para factorizar: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ y $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$.

Trucos

El doble producto es lo que se olvida. $(x+3)^2$ no es $x^2 + 9$: falta el $2 \cdot x \cdot 3 = 6x$. Es el error más repetido de todo 3.º, y se detecta sustituyendo un número cualquiera: con $x = 1$, $(1+3)^2$ es 16, y $x^2 + 9$ da 10. Esa comprobación —**dar un valor a la x y ver si las dos expresiones coinciden**— sirve para cualquier desarrollo y no requiere saber nada más. **Ruffini funciona con los divisores del término independiente.** Para factorizar $x^3 - 7x + 6$ se prueba con ± 1 , ± 2 , ± 3 , ± 6 , que son los candidatos. Probar al azar es perder el rato. Y una idea que ordena el tema: **factorizar es lo contrario de multiplicar**. Si al terminar multiplicas los factores y no recuperas el polinomio original, hay un error. **Para el adulto.** La mayoría de los fallos son de **signo al restar polinomios** y del doble producto de las identidades. Las dos cosas se detectan con la comprobación numérica, que conviene convertir en costumbre antes que en truco de examen.

1. Grado y término independiente.

- a) $3x^4 - 2x + 7 \rightarrow$ Grado: _____ T. independiente: _____
- b) $5x - x^3 \rightarrow$ Grado: _____ T. independiente: _____
- c) $8 \rightarrow$ Grado: _____ T. independiente: _____

2. Suma y resta. Cuidado con los signos.

- a) $(3x^2 + 2x - 1) + (x^2 - 5x + 4) =$ _____
- b) $(4x^3 - x + 2) - (2x^3 + 3x - 5) =$ _____
- c) $(x^2 - 7) - (-x^2 + 7) =$ _____

3. Multiplica y agrupa.

- a) $2x(3x^2 - x + 4) =$ _____
- b) $(x + 3)(x - 5) =$ _____
- c) $(2x - 1)(x^2 + 3x) =$ _____



4. Identidades notables. Desarrolla.

- a) $(x + 4)^2 =$ _____
- b) $(x - 6)^2 =$ _____
- c) $(x + 5)(x - 5) =$ _____
- d) $(3x + 2)^2 =$ _____

5. Al revés. Factoriza reconociendo la identidad.

- a) $x^2 + 10x + 25 =$ _____
- b) $x^2 - 49 =$ _____
- c) $4x^2 - 12x + 9 =$ _____
- d) $x^2 - 2x + 1 =$ _____

6. Ruffini. Factoriza probando con los divisores del término independiente.

- a) $x^3 - 7x + 6 \rightarrow$ Candidatos: _____ Factorización: _____
- b) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 \rightarrow$ Factorización: _____

7. Caza el error. Explica el fallo y corrige.

- a) « $(x + 3)^2 = x^2 + 9$ » Error: _____ Bien: _____
- b) « $(4x^3 - x + 2) - (2x^3 + 3x - 5) = 2x^3 + 2x + 7$ » Error: _____
- c) « $x^2 + 16 = (x + 4)(x - 4)$ » Error: _____

8. Comprueba tú. Dale a x el valor 2 y verifica si las dos expresiones coinciden.

- a) $(x + 1)^2$ y $x^2 + 1 \rightarrow$ _____ y _____ ¿Coinciden? _____
- b) $(x + 1)^2$ y $x^2 + 2x + 1 \rightarrow$ _____ y _____ ¿Coinciden? _____

El reto

Coge **una cuadrícula de papel** y dibuja un cuadrado de lado $x + 3$, con un adulto.

1. Divídelo en cuatro partes: un cuadrado de lado x, dos rectángulos y un cuadrado pequeño.

2. Escribe el área de cada parte.

3. Súmalas.

Sale $x^2 + 3x + 3x + 9$, que es $x^2 + 6x + 9$. El «doble producto» que tanto se olvida son esos **dos rectángulos**, y dibujados no hay manera de perderlos.



Solucionario

Ejercicio 1: a) grado **4**, t. independiente **7** b) grado **3**, t. independiente **0** c) grado **0**, t. independiente **8**. Ejercicio 2: a) $4x^2 - 3x + 3$ b) $2x^3 - 4x + 7$ c) $2x^2 - 14$. Ejercicio 3: a) $6x^3 - 2x^2 + 8x$ b) $x^2 - 2x - 15$ c) $2x^3 + 5x^2 - 3x$. Ejercicio 4: a) $x^2 + 8x + 16$ b) $x^2 - 12x + 36$ c) $x^2 - 25$ d) $9x^2 + 12x + 4$. Ejercicio 5: a) $(x + 5)^2$ b) $(x + 7)(x - 7)$ c) $(2x - 3)^2$ d) $(x - 1)^2$. Ejercicio 6: a) candidatos $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$; sale $(x - 1)(x - 2)(x + 3)$ b) $(x - 1)(x + 2)(x - 3)$. Ejercicio 7: a) falta el **doble producto**: $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ b) no se ha cambiado el signo de todos los términos del segundo paréntesis; el resultado correcto es $2x^3 - 4x + 7$ c) la diferencia de cuadrados solo vale con **resta**: $x^2 + 16$ no se factoriza con números reales. Ejercicio 8: a) 9 y 5, **no coinciden** b) 9 y 9, **coinciden**. Es la comprobación que detecta el error del apartado 7a en cinco segundos. El reto: respuesta abierta. El dibujo muestra que el cuadrado de una suma tiene **cuatro piezas**, no dos, y que las dos que se olvidan son exactamente el doble producto.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Reconoce grado y término independiente. C [] EP [] NC []
2. Suma y resta cambiando bien los signos. C [] EP [] NC []
3. Multiplica polinomios y agrupa. C [] EP [] NC []
4. Desarrolla las tres identidades. C [] EP [] NC []
5. Factoriza reconociéndolas al revés. C [] EP [] NC []
6. Aplica Ruffini con los divisores correctos. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El 8 es el ejercicio más útil de la ficha y el que menos parece un ejercicio: convierte una duda en una comprobación de cinco segundos, y sirve durante el resto del curso.

El 7c enseña algo que se olvida en cuanto se memoriza la identidad: la diferencia de cuadrados necesita **una resta**. Una suma de cuadrados no se factoriza.

El 2b concentra el error de signos. Si ahí falla y el 2a sale bien, no hay que repasar polinomios: hay que repasar el paréntesis con menos delante, que es de 1.º.