



Matemáticas

3.º de ESO

Ecuaciones de segundo grado

La fórmula, el discriminante, las incompletas y los problemas que salen dos soluciones. Con solucionario razonado.



Nombre y apellidos: _____ Fecha: _____

Recuerda

Una ecuación de segundo grado es la que tiene la incógnita elevada al cuadrado: $ax^2 + bx + c = 0$, con a distinto de cero. Antes de tocar nada hay que **ordenarla e igualarla a cero**; sin eso, los coeficientes que se meten en la fórmula no son los buenos. La fórmula es $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. El signo $\pm$ es lo que da las dos soluciones, y olvidarlo es el error más repetido del tema. **El discriminante** es lo de dentro de la raíz: $b^2 - 4ac$. Si es **positivo**, hay dos soluciones. Si es **cero**, una doble. Si es **negativo**, no hay solución real, y no es un fallo: es la respuesta. Calcularlo **antes** de aplicar la fórmula ahorra trabajo: en diez segundos se sabe cuántas soluciones va a haber.

Trucos

Las incompletas no necesitan la fórmula. Si falta el término independiente (« $ax^2 + bx = 0$ »), se **saca factor común**: $x(ax + b) = 0$, y de ahí salen $x = 0$ y $x = -b/a$. Si falta el término en x (« $ax^2 + c = 0$ »), se **despeja** y se hace la raíz, que da dos valores con signo distinto. Usar la fórmula general en una incompleta no está mal, pero es dar un rodeo largo y abrir la puerta a errores de signo. **Comprobar cuesta menos que dudar.** Sustituye las dos soluciones en la ecuación original. Y hay un atajo: la suma de las soluciones es $-b/a$ y su producto es c/a . Si las dos cuentas cuadran, están bien. **En los problemas, las dos soluciones no siempre valen.** Si la incógnita es una edad, una longitud o un número de personas, una solución negativa se descarta, pero **hay que decirlo**, no borrarla sin más. **Para el adulto.** Los fallos casi nunca son de fórmula: son de **signos al sustituir** —sobre todo cuando b o c son negativos— y de no haber igualado a cero antes. Pedir que escriban a , b y c por separado antes de sustituir corta la mayoría.

1. Identifica los coeficientes. Ordena antes si hace falta.

- a) $2x^2 - 5x + 3 = 0 \rightarrow a = \underline{\quad} b = \underline{\quad} c = \underline{\quad}$
- b) $x^2 = 4x - 3 \rightarrow a = \underline{\quad} b = \underline{\quad} c = \underline{\quad}$
- c) $3x^2 - 12 = 0 \rightarrow a = \underline{\quad} b = \underline{\quad} c = \underline{\quad}$
- d) $5x = 2x^2 \rightarrow a = \underline{\quad} b = \underline{\quad} c = \underline{\quad}$

2. Discriminante. Calcula y di cuántas soluciones hay, sin resolver.

- a) $x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow \Delta = \underline{\quad}$ Soluciones: $\underline{\quad}$
- b) $x^2 + x + 5 = 0 \rightarrow \Delta = \underline{\quad}$ Soluciones: $\underline{\quad}$
- c) $2x^2 - 7x + 3 = 0 \rightarrow \Delta = \underline{\quad}$ Soluciones: $\underline{\quad}$

3. Incompletas. Resuelve sin usar la fórmula general.

- a) $x^2 - 16 = 0 \rightarrow x = \underline{\quad}$
- b) $3x^2 - 12x = 0 \rightarrow x = \underline{\quad}$
- c) $2x^2 = 50 \rightarrow x = \underline{\quad}$
- d) $x^2 + 5x = 0 \rightarrow x = \underline{\quad}$



4. Completas. Resuelve con la fórmula.

- a) $x^2 - 5x + 6 = 0 \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$
- b) $2x^2 + 3x - 2 = 0 \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$
- c) $x^2 + 4x + 4 = 0 \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$
- d) $x^2 - 2x - 8 = 0 \rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$

5. Comprueba con suma y producto. Sin resolver, di cuánto deben sumar y multiplicar las soluciones.

- a) $x^2 - 7x + 12 = 0 \rightarrow$ Suma: $\underline{\hspace{2cm}}$ Producto: $\underline{\hspace{2cm}}$
- b) $x^2 + 2x - 15 = 0 \rightarrow$ Suma: $\underline{\hspace{2cm}}$ Producto: $\underline{\hspace{2cm}}$

6. Problemas. Plantea, resuelve y di si las dos soluciones valen.

Ecuación: $\underline{\hspace{2cm}}$ Soluciones: $\underline{\hspace{2cm}}$ ¿Valen las dos? $\underline{\hspace{2cm}}$

Ecuación: $\underline{\hspace{2cm}}$ Respuesta: $\underline{\hspace{2cm}}$

Ecuación: $\underline{\hspace{2cm}}$ Soluciones: $\underline{\hspace{2cm}}$ ¿Valen las dos? $\underline{\hspace{2cm}}$

- a) El producto de dos números consecutivos es 72. ¿Cuáles son?
- b) Un rectángulo tiene 5 cm más de largo que de ancho y su área es 84 cm^2 .
- c) La suma de un número y su cuadrado es 42.

7. Caza el error. Explica el fallo.

- a) « $x^2 = 4x - 3$, luego $a = 1$, $b = 4$, $c = -3$.» Error: $\underline{\hspace{2cm}}$
- b) « $x^2 - 9 = 0$, luego $x = 3$.» Error: $\underline{\hspace{2cm}}$
- c) « $\Delta = -7$, así que la ecuación está mal planteada.» Error: $\underline{\hspace{2cm}}$

8. Escribe tú. Inventa una ecuación de segundo grado cuyas soluciones sean 2 y -5.

$\underline{\hspace{2cm}}$ Comprobación con suma y producto: $\underline{\hspace{2cm}}$

El reto

Busca la altura de un edificio o de un árbol y un dato de caída libre, con un adulto.

1. Si algo cae desde h metros, el tiempo cumple aproximadamente $h = 4,9 t^2$.

$\underline{\hspace{10cm}}$

2. Despeja t para tu altura.

$\underline{\hspace{10cm}}$

3. Comprueba si el resultado te parece razonable.

Es una ecuación de segundo grado incompleta, y una de las dos soluciones —la negativa— hay que descartarla por lo que significa.

$\underline{\hspace{10cm}}$



Solucionario

Ejercicio 1: a) 2, -5, 3 b) ordenada, $x^2 - 4x + 3 = 0$: **1, -4, 3** c) 3, 0, -12 d) ordenada, $-2x^2 + 5x = 0$ o $2x^2 - 5x = 0$: **2, -5, 0**. Ejercicio 2: a) $\Delta = 0$, una solución doble b) $\Delta = -19$, ninguna real c) $\Delta = 25$, dos soluciones. Ejercicio 3: a) **$x = 4$ y $x = -4$** b) factor común: $x(3x - 12) = 0 \rightarrow x = 0$ y **$x = 4$** c) $x^2 = 25 \rightarrow x = 5$ y **$x = -5$** d) $x(x + 5) = 0 \rightarrow x = 0$ y **$x = -5$** . Ejercicio 4: a) **2 y 3** b) **1/2 y -2** c) **-2 doble** d) **4 y -2**. Ejercicio 5: a) suma **7**, producto **12** b) suma **-2**, producto **-15**. Ejercicio 6: a) $x(x+1) = 72 \rightarrow x^2 + x - 72 = 0 \rightarrow$ **8 y -9**; valen las dos si se admiten números negativos: 8 y 9, o -9 y -8 b) $x(x+5) = 84 \rightarrow$ **ancho 7 cm y largo 12 cm**; la solución -12 se descarta porque una longitud no puede ser negativa c) $x + x^2 = 42 \rightarrow$ **6 y -7**; las dos son válidas como números, y conviene comprobarlo. Ejercicio 7: a) hay que **igualar a cero** primero: $x^2 - 4x + 3 = 0$, así que $b = -4$ y $c = 3$ b) falta la otra solución: **$x = 3$ y $x = -3$** c) un discriminante negativo significa que **no hay solución real**, no que el planteamiento esté mal. Ejercicio 8: $x^2 + 3x - 10 = 0$. Suma $-3 = -b/a$ y producto $-10 = c/a$: cuadra. El reto: respuesta abierta. Desde 20 metros salen unos 2 segundos; la solución negativa se descarta porque el tiempo no puede ser anterior a la caída.

Hoja de registro

Esta hoja es para el docente. Marca C en lo conseguido, EP en lo que va con ayuda y NC en lo que aún no aparece.

1. Ordena e iguala a cero antes de operar. C [] EP [] NC []
2. Calcula el discriminante e interpreta. C [] EP [] NC []
3. Resuelve incompletas sin la fórmula. C [] EP [] NC []
4. Aplica la fórmula con los signos correctos. C [] EP [] NC []
5. Comprueba con suma y producto. C [] EP [] NC []
6. Descarta soluciones sin sentido en un problema. C [] EP [] NC []

Cómo leer el conjunto

El 7c es la pregunta más rentable: entender que «no hay solución real» es **una respuesta** evita que se repita el ejercicio cuatro veces buscando un error inexistente.

El 6 es donde se separa resolver de entender. Una longitud negativa se descarta, pero hay que **justificarlo**; borrarla sin decir nada no es lo mismo.

El 1b y el 1d miden algo que parece trivial y decide el resto: si la ecuación no está igualada a cero, todos los coeficientes están mal y la fórmula, por muy bien aplicada que esté, da otra cosa.